

# ARITMÉTICA

## Recuerda:

1

### Historia de la geometría

A través de los rasgos dejados por el hombre antiguo se nota que él tenía ciertas nociones de geometría; esto se puede apreciar por la forma que tenían sus cuevas, sus herramientas de caza, etc. Sin saber lo que era la geometría ya empleaban en sus construcciones formas de algunas figuras geométricas.

De lo anterior se deduce que la geometría no es producto de un solo pueblo, sino que surge en diferentes partes del mundo de acuerdo a las necesidades que tenía el hombre.

Por ejemplo, en Egipto el río Nilo periódicamente provocaba inundaciones arrasando con los límites de las fincas, lo cual hacía necesario luego una restitución o distribución de las tierras o terrenos empleándose la geometría, pero en forma empírica.

Por otro lado, en otras culturas a través de la cerámica, la escultura, la arquitectura, etc., se llegó a utilizar formas geométricas como por ejemplo en los huacos, en los templos, etc. (cultura incaica).

Pero es en Grecia donde se hace de la geometría un estudio sistematizado y ordenado de los conocimientos adquiridos empíricamente siendo algunos de los que aportaron en esa época: Tales de Mileto (fundador de la Escuela Jónica), Pitágoras (fundador de la Escuela Pitagórica), Zenón, Hipócrates, Platón, Arquímedes y Euclides.

Este último fue uno de los más brillantes; uno de sus aportes fue sistematizar la geometría, hizo que ella partiera de definiciones, postulados y axiomas, con los cuales demostró teoremas. En base a esto se desarrollaron otras ramas de la geometría tales como la geometría descriptiva, la geometría hiperbólica, etc.

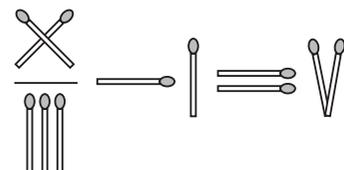
### ¡REFLEXIONA!

- El momento en que perdonas, te quitas una carga de la espalda y puedes continuar con tu vida.
- El perdón es un gran acto de espíritu y demuestra valor personal. Es también una de las mejores maneras de elevar la calidad de vida.
- Si queremos triunfar, debemos ser totalmente honestos con nosotros mismos.

### ¡Razona...!

Hallar la cantidad mínima de cerillos que hay que mover para que la igualdad sea correcta.

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5



# OPERACIONES BÁSICAS

El objetivo de este capítulo es repasar algunas operaciones básicas como la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación que el lector empleará en el presente texto.

## ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN

Ejemplos:

$$\begin{aligned} +8 - 2 &= +6 \\ -8 + 2 &= -6 \\ +8 + 2 &= +10 \\ -8 - 2 &= -10 \end{aligned}$$

## DIVISIÓN

Ley de signos:

$$\begin{aligned} (+) : (-) &= - \\ (-) : (+) &= - \\ (+) : (+) &= + \\ (-) : (-) &= + \end{aligned}$$

Ejemplos:

$$\begin{aligned} \frac{+8}{-2} &= -4 & \frac{-8}{+2} &= -4 \\ \frac{+8}{+2} &= +4 & \frac{-8}{-2} &= +4 \end{aligned}$$

## PROPIEDADES

$$^n a \cdot b^n = a^n \cdot b^n$$

$$\sqrt[n]{a^n} = a$$

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$a \frac{a^n}{b^n} = \frac{a^n}{b^n}; b \neq 0$$

$$c \frac{x^{-n}}{y^m} = a \frac{y^n}{x^k}; x \neq 0 \wedge y \neq 0$$

$$\underbrace{a + a + a + \dots + a}_{n \text{ veces}} = n \times a$$

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ veces}} = a^n$$

## MULTIPLICACIÓN

Ley de signos:

$$\begin{aligned} (+) \times (-) &= - \\ (-) \times (+) &= - \\ (+) \times (+) &= + \\ (-) \times (-) &= + \end{aligned}$$

Ejemplos:

$$\begin{aligned} (+8) \times (-2) &= -16 \\ (-8) \times (+2) &= -16 \\ (+8) \times (+2) &= +16 \\ (-8) \times (-2) &= +16 \end{aligned}$$

## POTENCIACIÓN

$$(-N)^{\text{par}} = +N^{\text{par}}$$

$$(-N)^{\text{impar}} = -N^{\text{impar}}$$

$$(+N)^{\text{par}} = +N^{\text{par}}$$

$$(+N)^{\text{impar}} = +N^{\text{impar}}$$

$$^n a^m = a^{n \times m}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}; a \neq 0$$

$$a^0 = 1; a \neq 0$$

$$a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n} = \sqrt[m]{a^n}$$

$$\sqrt[b]{\sqrt[c]{x}} = \sqrt[b \cdot c]{x}$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

### Efectuar:

- $25^6(2^3 - 3^2 + 6^0)$
- $5(3^2 - 5) - 7(2^2 - 2)$
- $(3^2 - 2^2)(4^2 - 2^4)(2^5 - 5^2)$
- $(51 + 28) - (43 - 7) - (52 - 6) + 82$
- $(28 + 31) - (20 + 13) + (5 - 2) + 42$
- $(256 + 341) - (520 - 350) - 254$
- $3(7 - 1)^2 + 2(5 - 2)^3 - 161$
- $(3^2 + 1)(3^3 - 2^3) - 6 \times 31$
- $(6^2 + 3^2 - 5^2) - (3^2 - 2)$
- $\sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2 - 1^3} + 2$
- $\{-(-3) + (-2 + 5) - (-6 + 2) + (-3 + 7)\}$
- $\{-(-6 + 3) + (9 - 7) - (-9 + 7)\} - \{-6\}$
- $[(+4) - (6)](-2) + [(-1) - 3](+4)$
- $[3 + (1)][(-5) + (+2)] + (-3)$
- $[3 + (-1)][(-5) + (+2)] + (-3)^2$

# Problemas resueltos

1. Hallar:

$$R = (245^2 - 244^2) + (123^2 - 122^2)$$

**Resolución:**

Usamos la siguiente propiedad:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$\begin{aligned} 245^2 - 244^2 &= (245 + 244)(245 - 244) \\ &= (489)(1) \\ &= 489 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 123^2 - 122^2 &= (123 + 122)(123 - 122) \\ &= (245)(1) \\ &= 245 \end{aligned}$$

Reemplazando en R:

$$\begin{aligned} R &= 489 + 245 \\ \Rightarrow R &= 734 \end{aligned}$$

2. Calcular MN, si:

$$M = (3^2 + 4^2)(3^2 - 2^3)$$

$$N = \sqrt{\sqrt{36} - \sqrt{4}} + \sqrt{2^8}$$

**Resolución:**

$$M = (3^2 + 4^2)(3^2 - 2^3)$$

$$= (9 + 16)(9 - 8)$$

$$M = 25$$

$$N = \sqrt{\sqrt{36} - \sqrt{4}} + \sqrt{2^8}$$

$$= \sqrt{6 - 2} + 2^{\frac{8}{2}}$$

$$= \sqrt{4} + 2^4$$

$$= 2 + 16$$

$$N = 18$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} MN &= 25 \times 18 \\ \Rightarrow MN &= 450 \end{aligned}$$

3. Calcular:

$$S = c \frac{27}{64} m^{-\frac{1}{3}}$$

**Resolución:**

Aplicamos la siguiente propiedad:

$$a \frac{a^{-n}}{b} = c \frac{b^n}{a^m}$$

$$S = c \frac{64}{27} m^{\frac{1}{3}}$$

$$S = 3 \sqrt[3]{\frac{64}{27}} = \frac{3 \sqrt[3]{64}}{3 \sqrt[3]{27}} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow S = \frac{4}{3}$$

4. Calcular:

$$R = (-2)^{2^1} - (-3)^{3^0}$$

**Resolución:**

$$(-2)^{2^1} = (-2)^2 = 4$$

$$(-3)^{3^0} = (-3)^1 = -3$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} R &= 4 - (-3) \\ \Rightarrow R &= 4 + 3 = 7 \end{aligned}$$

5. Calcular:

$$M = (27^{\frac{1}{3}} + 8^{\frac{1}{3}})(36^{\frac{1}{2}} - 16^{\frac{1}{2}})$$

**Resolución:**

$$27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$$

$$36^{\frac{1}{2}} = \sqrt{36} = 6$$

$$8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} = 4$$

$$M = (3 + 2)(6 - 4)$$

$$\Rightarrow M = 10$$

6. Calcular:

$$L = ({}^4\sqrt{{}^3\sqrt{31}})^8 + {}^{15}\sqrt{{}^5\sqrt{6}h^{\frac{100}{4}}}$$

**Resolución:**

Usamos la propiedad:

$$b\sqrt[c]{x} = b \times c\sqrt{x}$$

$${}^4\sqrt{{}^3\sqrt{31}h^8} = {}^8\sqrt{31h^8} = 31$$

$${}^{15}\sqrt{{}^5\sqrt{6}h^{\frac{100}{4}}} = {}^{25}\sqrt{6h^{25}} = 6$$

Entonces:

$$L = 31 + 6$$

$$\Rightarrow L = 37$$

7. Calcular:

$$S = \sqrt{\sqrt{4} + \sqrt{9}} - 1$$

**Resolución:**

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{9} = 3$$

Reemplazando en S:

$$S = \sqrt{2 + 3} - 1$$

$$= \sqrt{5} - 1$$

$$\Rightarrow S = 2$$

8. Calcular:

$$E = \sqrt[3]{c \frac{5-3}{3 \times 5} m^{60}}$$

**Resolución:**

$$\begin{aligned} E &= \sqrt[3]{\frac{2}{15} \cdot 60} \\ &= \sqrt[3]{\frac{120}{15}} \\ &= \sqrt[3]{8} \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$E = 2$$

9. Calcular:

$$T = \sqrt[5]{\sqrt[3]{29} h^{15}} + \sqrt[3]{\sqrt[5]{7} h^{\frac{18}{5}}}$$

**Resolución:**

$$\begin{aligned} T &= \sqrt[5 \times 3]{\sqrt[3]{29} h^{15}} + \sqrt[3 \times 5]{\sqrt[5]{7} h^{\frac{18}{5}}} \\ &= \sqrt[15]{29 h^{15}} + \sqrt[15]{7 h^9} \end{aligned}$$

Por la propiedad:  $\sqrt[n]{a^m} = a$ 

$$\begin{aligned} T &= 29 + 7 \\ \Rightarrow T &= 36 \end{aligned}$$

10. Calcular:

$$E = \sqrt[3]{64} - 27^{\frac{1}{3}} h^{\frac{1}{2}} 16^{\frac{1}{2}} - 3^{50} h$$

**Resolución:**

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{64} &= \sqrt[3]{64} = 4 \\ 27^{\frac{1}{3}} &= \sqrt[3]{27} = 3 \\ 16^{\frac{1}{2}} &= \sqrt{16} = 4 \\ 3^0 &= 1 \end{aligned}$$

Reemplazando estos valores en E:

$$\begin{aligned} E &= 4 - 3h^{\frac{1}{2}} 4 - 3^0 h \\ &= 1.1 \\ \Rightarrow E &= 1 \end{aligned}$$

11. Calcular:

$$A = c \frac{1}{3} m^{-2} + c \frac{1}{2} m^{-3}$$

**Resolución:**Por propiedad:  $a \frac{b}{c} k^{-n} = c \frac{b}{a} m^{-n}$ 

$$\begin{aligned} c \frac{1}{3} m^{-2} &= c \frac{3}{1} m^2 = 9 \\ c \frac{1}{2} m^{-3} &= c \frac{2}{1} m^3 = 8 \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} A &= 9 + 8 \\ \Rightarrow A &= 17 \end{aligned}$$

12. Calcular la suma de cifras del resultado.

$$T = (5^2 - 3^2) (7^2 - 2^2)$$

**Resolución:**

$$\begin{aligned} T &= (25 - 9) (49 - 4) \\ &= 16 \cdot 45 \\ \Rightarrow T &= 720 \end{aligned}$$

Por lo tanto la suma de cifras del resultado es 9.

13. Calcular:

$$H = 6 \times 4^{-\frac{1}{2}} - c \frac{1}{2} m^{-1}$$

**Resolución:**

$$\begin{aligned} 4^{-\frac{1}{2}} &= c \frac{1}{4} m^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2} \\ c \frac{1}{2} m^{-1} &= c \frac{2}{1} m^1 = 2 \end{aligned}$$

Reemplazando en la expresión:

$$\begin{aligned} H &= 6 \cdot c \frac{1}{2} m - (2) \\ H &= 3 - 2 \\ \Rightarrow H &= 1 \end{aligned}$$

14. Calcular:

$$M = \frac{3^7 \cdot 3^2}{3^6} + \frac{2^{21}}{2^{18}}$$

**Resolución:**Por propiedad:  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$  y  $\frac{b^m}{b^n} = b^{m-n}$ 

$$\begin{aligned} 3^7 \cdot 3^2 &= 3^{7+2} = 3^9 \\ \frac{2^{21}}{2^{18}} &= 2^{21-18} = 2^3 \end{aligned}$$

Reemplazando en la expresión:

$$\begin{aligned} M &= \frac{3^9}{3^6} + 2^3 = 3^{9-6} + 2^3 \\ M &= 3^3 + 2^3 = 27 + 8 \Rightarrow M = 35 \end{aligned}$$

15. Calcular:

$$E = \frac{177^2 - 133^2}{341}$$

**Resolución:**Por propiedad:  $(a^2 - b^2) = (a + b)(a - b)$ 

$$177^2 - 133^2 = (177 + 133)(177 - 133) = (310)(44)$$

Reemplazando en la expresión:

$$\begin{aligned} E &= \frac{(310)(44)}{31 \cdot 11} = \frac{(31 \cdot 10)(4 \cdot 11)}{31 \cdot 11} = 40 \\ \Rightarrow E &= 40 \end{aligned}$$

# Evaluación

Día:

Mes:

Año:

Apellidos y nombres: .....

Año: ..... Sección: .....

CALIFICACIÓN

Tema: .....

1. Efectuar:

$$S = c \frac{1}{25} m^{-\frac{1}{2}} + \sqrt[3]{140c \frac{1}{5} - \frac{1}{7}m}$$

- A) 7                      B) 8                      C) 5  
D) 4                      E) 6

2. Efectuar:

$$P = a^3 36^{\frac{1}{2}} + 9^{\frac{1}{2}} - 8^{\frac{1}{3}} k a^3 2^{\frac{1}{5}} + 16^{\frac{1}{4}} k$$

- A) 27                      B) 25                      C) 30  
D) 28                      E) 24

3. Efectuar:

$$W = \sqrt[3]{-5h^{4^{2^0}} - \sqrt{-4h^4}}$$

- A) 368                      B) 369                      C) 371  
D) 370                      E) 365

4. Efectuar:

$$A = \frac{\sqrt{5^2 - 3^2} h^2}{\sqrt[3]{\sqrt{9} + \sqrt{25}}}$$

- A) 126                      B) 127                      C) 125  
D) 124                      E) 128

5. Efectuar:

$$N = (22\ 222)^2 - (22\ 220)^2$$

Indicar la suma de cifras del resultado.

- A) 35                      B) 33                      C) 34  
D) 36                      E) 37

6. Efectuar:

$$E = (4^{\frac{1}{2}} + 9^{\frac{1}{2}})(9^{\frac{1}{2}} - 4^{\frac{1}{2}})$$

- A) 2                      B) 3                      C) 5  
D) 4                      E) 6

7. Efectuar:

$$[(1^2 + 2^2 + 3^2) : (1^3 + 1^4)][8 : 2 + 3 \times 2]$$

- A) 65                      B) 60                      C) 72  
D) 68                      E) 70

8. Efectuar:

$$A = \frac{4^{2^{-1}} - 64^{3^{-1}}}{\sqrt{2} \times \sqrt{72}}$$

- A)  $-\frac{1}{6}$                       B)  $-\frac{1}{5}$                       C)  $\frac{1}{6}$   
D)  $-1$                       E)  $-\frac{1}{4}$

9. Efectuar:

$$H = \left[ c^{\frac{1}{5}m^2} + c^{\frac{5}{2}m^{-2}} \right]^{-1} + \left[ 2 - c^{\frac{3}{5}m^{-1}} \right]^{-1} \frac{1}{4}$$

- A) 3                      B) 2                      C) 7  
D) 4                      E) 6

10. Efectuar:

$$F = c^{\frac{1}{16}m^{\frac{1}{2}m}}$$

- A) 0,2                      B) 0,5                      C) 0,3  
D) 0,1                      E) 0,6

# Practiquemos

1. Efectuar:

$$M = \frac{+12h^2 + 4h - +60h^2 + 4h}{-2h^2 - 5h - -4h^2 - 4h}$$

- A) 1                      B) 2                      C) 3  
D) 4                      E)  $\frac{1}{2}$

2. Efectuar:

$$A = 2 - \frac{60}{20} + \left[ \frac{24}{12} + +42h^2 : ^6h \right]$$

- A) 5                      B) 6                      C) 7  
D) 8                      E) 9

3. Calcular:

$$S = 3^0 + ^-8h : ^-4h - \sqrt{36} + \sqrt{16} : ^-4h/$$

- A) -2                      B) -4                      C) -5  
D) -6                      E) 5

4. Si:

$$A = ^100h : ^4h - ^8h^2 + \frac{^-3h^2 - 6h}{-8 - 1}$$

$$B = ^-10h : \left[ ^-1h^2 - 2h^2 - 2h + \frac{-12}{-4} - 3^0 \right]$$

$$\text{Calcular: } P = \sqrt{A + B - 3}$$

- A) 3                      B) 0                      C) 1  
D) 2                      E) 6

5. Calcular  $S = A - B$ ; si:

$$A = [3(-20 + 8)] : (1 - 2 \times 5)$$

$$B = (-30 : 2) + (-24 : 3)$$

- A) 28                      B) 21                      C) -21  
D) -22                      E) 27

6. Hallar:

$$N = \frac{^-1 - 2 \times 10h}{^-2 + 5h} - \frac{1}{8} [5 + ^-13h]$$

- A) -6                      B) -5                      C) 6  
D) 5                      E) 8

7. Calcular:

$$S = \sqrt{\sqrt{4} + \sqrt{9} - \sqrt{1}} + \sqrt{\sqrt{25} + \sqrt{16}}$$

- A) 6                      B) 7                      C) 8  
D) 9                      E) 5

8. Calcular:

$$M = \frac{\sqrt{64} - 1}{\sqrt{49}} + \frac{\sqrt{\sqrt{100} - 1}}{\sqrt{9}}$$

- A) 2                      B) 3                      C) 4  
D) 1                      E) 8

9. Calcular:

$$M = 3\sqrt{[^-36h : ^-12h] - [^-3h^2 + 8h]}$$

- A) 1                      B) 2                      C) 3  
D) 4                      E) 5

10. Calcular:

$$3\sqrt{\sqrt{4} - \left[ \frac{1}{2}^-27 + 3h - \frac{1}{3}^-12 - 6h \right]}$$

- A) 1                      B) 3                      C) 4  
D) 5                      E) 2

11. Efectuar:

$$R = \{ [(-20) : (+2)] : [-5 + 2 \times 3] \}^2$$

- A) 100                      B) 64                      C) 36  
D) 49                      E) 4

12. Efectuar:

$$M = \frac{[-20 + ^-2h^2 - 3h]}{^-5h^2 - 1h + ^-2h^2 - 1h}^3$$

- A) 1                      B) -1                      C) -27  
D) -8                      E) -64

13. Si:  $A = \sqrt{16}$  y  $B = \sqrt{49}$

$$\text{Calcular: } x = \sqrt{A^2 + B^2 - 4\sqrt{1}}$$

- A) 8                      B) 6                      C) 7  
D) 9                      E) 12

14. Si:  $m = 4$ ;  $n = 14$ ;  $p = 23$

Calcular:

$$S = 3\sqrt{p + \sqrt{n + \sqrt{m}}}$$

- A) 2                      B) 4                      C) 6  
D) 5                      E) 3

15. Si:  $A = 15 : 5 + 10 - 30 : (8 + 7)$

$$B = [(-10) : (-5)] \times 3 - (8 : 4) \times 2$$

Hallar:  $E = \sqrt{A - B}$

- A) 1                      B) 2                      C) 3  
D) 4                      E) 0

16. Si:  $M = (4^2 + 3^2)(3^2 - 2^3)$

$$N = \sqrt{\sqrt{36} - 4\sqrt{16}} + 4\sqrt{16}$$

Calcular: MN

- A) 320                      B) 450                      C) 360  
D) 900                      E) 800

17. Calcular:

$$E = \sqrt{3^1 + 3^3 - 2\sqrt{81} - 12 : 4 + 4^2}$$

- A) 5                      B) 3                      C) 4  
D) 6                      E) 2

18. Calcular:

$$S = \sqrt{\sqrt{36} - \sqrt{25} + 2^2h^2 + 3 \times 7 - \sqrt{100}}$$

- A) 5                      B) 7                      C) 8  
D) 9                      E) 6

19. Efectuar:

$$A = 2^8 : 16 + 2^3 \times 3 - \sqrt{100} \times 2 \times 3h : 5 - \sqrt{64}$$

- A) 18                      B) 20                      C) 24  
D) 19                      E) 30

20. Calcular:

$$P = 2^2 \times 2 \times 5 + 3^3 \times 2 - (-32) : (-2)$$

- A) 76                      B) 80                      C) 78  
D) 82                      E) 60

21. Calcular:

$$S = \sqrt{10^2 - 3^1 \times \frac{10}{2} - 3\sqrt{125} + 2^4 + 2^2}$$

- A) 10                      B) 9                      C) 6  
D) 7                      E) 11

22. Efectuar:

$$R = \sqrt{\sqrt{144} \times \sqrt{9} - \sqrt{9} \times \sqrt{16} - 64 : 16}$$

- A)  $\sqrt{5}$                       B)  $2\sqrt{5}$                       C) 20  
D)  $4\sqrt{5}$                       E) 30

23. Calcular:

$$N = \frac{^9 2 - 7^2 h [44 - ^3 2 + 5^2 h]}{8 : 2 + 3 - ^6 0 : 20 - 1h}$$

- A) 32                      B) 30                      C) 60  
D) 68                      E) 64

24. Calcular:

$$M = \sqrt[3]{\sqrt{16}h^3 : \sqrt{36} - 5h^7 + ^5 3 - 9^2 h - 10^2}$$

- A) 1                      B) 2                      C) 3  
D) 4                      E) 6

25. Calcular:

$$S = ^5 2 \times 2^3 + 3h : 7 + \sqrt{225} : 5 + 3h \times 200$$

- A) 1329                      B) 1229                      C) 1000  
D) 100                      E) 200

26. Efectuar:

$$M = c \frac{1}{16^m}^{-\frac{1}{2}}$$

- A) 2                      B) 8                      C) 4  
D)  $\frac{1}{4}$                       E)  $\frac{1}{2}$

27. Efectuar :

$$M = \sqrt{3\sqrt{4^6} + \sqrt{81}}$$

- A) 5                      B) 6                      C) 7  
D) 8                      E) 9

28. Efectuar:

$$E = \sqrt{\sqrt{3}h^4 + ^3\sqrt{2}h^6}$$

- A) 1                      B) 2                      C) 3  
D) 5                      E) 6

29. Hallar la suma de cifras del resultado de:

$$(333 \ 333)^2 - (333 \ 332)^2$$

- A) 28                      B) 32                      C) 36  
D) 35                      E) 30

30. Calcular:

$$M = \sqrt{c^5 - \frac{3}{2}mc^1 + \frac{1}{7}m}$$

- A) 6                      B) 1                      C) 2  
D) 3                      E) 6

# SUCESIONES

## SUCESIÓN

Es la secuencia ordenada de términos los cuales están regidos por una ley de formación.

- Sucesión aritmética:



- Sucesión de números naturales  
1; 2; 3; 4; 5; ... ; n

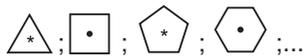
- Sucesión de números impares  
1; 3; 5; 7; ... ; (2n - 1)

- Sucesión de números pares  
2; 4; 6; 8; ... ; 2n

- Sucesión de cuadrados  
1<sup>2</sup>; 2<sup>2</sup>; 3<sup>2</sup>; ... ; n<sup>2</sup>

- Sucesión de cubos  
1<sup>3</sup>; 2<sup>3</sup>; 3<sup>3</sup>; ... ; n<sup>3</sup>

- Sucesiones gráficas: es aquella sucesión formada por figuras que han sido construidas y ordenadas bajo un cierto criterio.



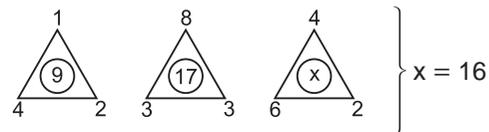
- Sucesiones literales: sucesión que se caracteriza por tener como términos letras del alfabeto distribuidos bajo un cierto criterio.

A; C; E; G; I; ...

- Distribuciones numéricas: son disposiciones de números con ciertas relaciones operativas entre sus números:

$$\left. \begin{array}{ccc} 4 & 2 & 16 \\ 3 & 3 & 27 \\ 8 & 1 & x \end{array} \right\} x = 8$$

- Distribuciones gráficas: son disposiciones de números en ciertos gráficos con cierta relación operativa en sus números.



## Observación

En las sucesiones literales cada letra del alfabeto puede ser asociada a un número empezando del 1. No se consideran la Ch ni la Ll.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

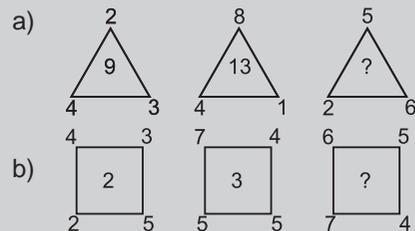
R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
19	20	21	22	23	24	25	26	27

## Efectuar:

- Hallar x en cada caso.

- 8; 12; 16; 20; x
- 10; 9; 7; 4; x
- 10; 13; 16; 19; x
- 5; 10; 20; x
- 1; 1; 2; 6; 24; x
- 40; 38; 36; 34; x
- 70; 60; 52; 46; x
- 8; 16; 17; 34; 35; x
- 15; 16; 18; 21; x
- 45; 40; 35; 30; x

- ¿Qué término falta?



- ¿Qué término falta?

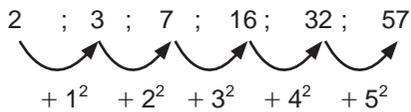
- B; D; F; H; ...
- M; Q; T; U; ...
- J; U; E; V; E; ...
- O; R; U; X; ...
- B; D; G; K; ...

# Problemas resueltos

1. Calcular el término que continúa.

2; 3; 7; 16; ...

**Resolución:**

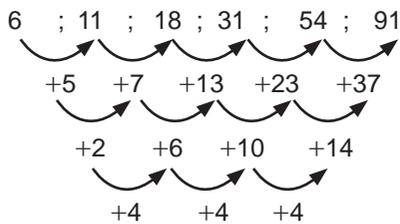


El término buscado es 57.

2. Calcular el término que continúa.

6; 11; 18; 31; 54; ...

**Resolución:**

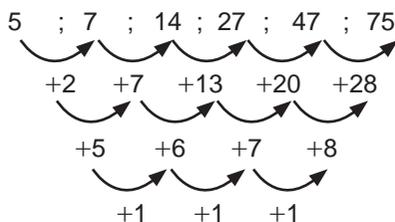


El término que continúa es 91.

3. Calcular el término que continúa.

3; 5; 7; 14; 27; 47; ...

**Resolución:**

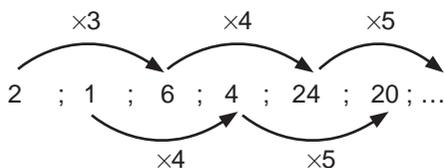


El término que sigue es 75.

4. Calcular el término que continúa.

2; 1; 6; 4; 24; 20; ...

**Resolución:**

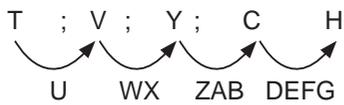


El término buscado es:  $24 \times 5 = 120$

5. Calcular la letra que sigue.

T; V; Y; C; ...

**Resolución:**



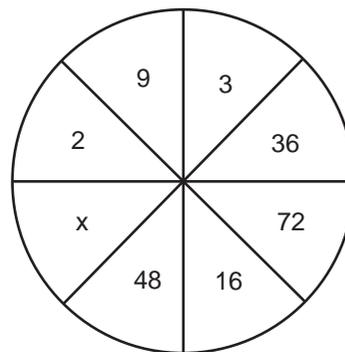
CDEFGH  
4 letras

La letra que continúa es H.

### Nota

Nos podemos dar cuenta de que una vez que llegamos a la letra Z, retornamos a la letra A. Este proceso es cíclico.

6. Calcular el valor de x.



**Resolución:**

Podemos darnos cuenta de que el producto de números opuestos es 144.

$$2 \times 72 = 144$$

$$9 \times 16 = 144$$

$$3 \times 48 = 144$$

Entonces:

$$36(x) = 144$$

$$\therefore x = 4$$

# Evaluación

Día:

Mes:

Año:

Apellidos y nombres: .....

Año: ..... Sección: .....

CALIFICACIÓN

Tema: .....

1. Calcular el término que continúa.  
5; 8; 12; 18; 27; 40;...

A) 42                      B) 55                      C) 58  
D) 45                      E) 56

2. Calcular el término que continúa.  
4; 5; 8; 13;...

A) 20                      B) 22                      C) 19  
D) 18                      E) 21

3. Calcular el término que continúa.  
1; 3; 15; 105;...

A) 950                      B) 940                      C) 946  
D) 943                      E) 945

4. Calcular el término que continúa.  
3; 7; 7; 13; 12; 20; 18;...

A) 25                      B) 26                      C) 30  
D) 28                      E) 29

5. Calcular el término que continúa.

5; 8; 11; 17; 35;...

- A) 104      B) 107      C) 106  
D) 102      E) 105

6. Calcular el término que continúa.

24; 33; 54; 111; 276;...

- A) 765      B) 760      C) 761  
D) 762      E) 764

7. Calcular la letra que continúa.

W; T; P; L;...

- A) F      B) G      C) E  
D) H      E) J

8. Calcular la letra que continúa.

D; H; M; S; C;...

- A) O      B) Q      C) E  
D) P      E) S

9. Calcular la letra que continúa.

B; B; E; G; I; M; N; S;...

- A) S      B) U      C) R  
D) V      E) T

10. Calcular la letra que continúa.

X; V; T; R; P;...

- A) M      B) Q      C) L  
D) P      E) Ñ

# Practiquemos

Indicar el(los) término(s) que falta(n).

1. E; T; N, A; I; D; U; T; S;

- A) R                      B) W                      C) A  
D) E                      E) J

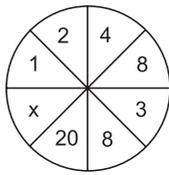
2.  $2x$ ;  $4x^3y^2$ ;  $6x^5y^4$ ;  $8x^7y^6$ ;

- A)  $10x^8y^9$                       B)  $11x^7y^8$                       C)  $12x^6y^7$   
D)  $16x^9y^{10}$                       E)  $10x^9y^8$

3. A; 1; B; D; 2; F; I; L; 3;

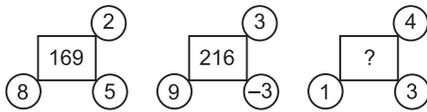
- A) P; Q; T; U                      B) Ñ; R; V; Z                      C) O; P; U; W  
D) P; R; T; V                      E) P; T; X; B

4.



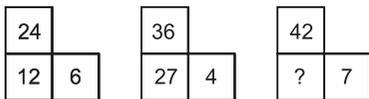
- A) 32                      B) 40                      C) 42  
D) 48                      E) 56

5.



- A) 256                      B) 512                      C) 324  
D) 1024                      E) 128

6.



- A) 28                      B) 24                      C) 21  
D) 14                      E) 18

7.  $\frac{A}{2}, \frac{3}{E}, \frac{I}{5}, \frac{7}{O}$ ;

- A)  $\frac{V}{9}$                       B)  $\frac{U}{9}$                       C)  $\frac{U}{11}$   
D)  $\frac{V}{11}$                       E)  $\frac{U}{10}$

8.

24	30	36
18	11	4
37	51	?

- A) 35                      B) 45                      C) 55  
D) 65                      E) 70

9. El número dentro del último rectángulo es:

$$\boxed{98} \div 7 \quad \boxed{50} \div 5 \quad \boxed{18} \div 3 \quad \boxed{\quad} \div x$$

- A) 4                      B) 2                      C) 8  
D) 12                      E) 6

10. Y; W; S; N;

- A) B                      B) C                      C) D  
D) E                      E) F

11. A; E; J; O;

- A) U                      B) V                      C) W  
D) X                      E) Z

12. C; P; E; R; G; T; I;

- A) K                      B) S                      C) L  
D) V                      E) Y

13. OQ; MS; JU;

- A) WN                      B) GT                      C) GW  
D) KY                      E) FW

14. T; E; Q; H, Ñ; K; L; N;  ;

- A) H; T                      B) J; K                      C) H; Q  
D) K; T                      E) I; P

15. A; A; B; F;

- A) K                      B) S                      C) R  
D) N                      E) W

16. O; R; U; 

- A) R                      B) W                      C) X  
D) V                      E) Z

17. A; D; H; M; R; 

- A) S                      B) W                      C) Y  
D) Z                      E) V

18. Si:

INFORMÁTICA = 72 435 619 781

FORMA = 54 672

Hallar: CIMA

- A) 8293                      B) 8923                      C) 9872  
D) 9873                      E) 9963

19. En un restaurante, los precios se ponen bajo un rarísimo criterio: un té cuesta S/.2, un lomo, S/.4 y una Pepsi, S/.5. ¿Cuánto costará un cebiche?

- A) S/.7                      B) S/.6                      C) S/.5  
D) S/.4                      E) S/.1

20. Hallar x.

8; 1; 10; 1; 12; 2; 14; 6; 16; x

- A) 24                      B) 22                      C) 18  
D) 20                      E) 30

21. Hallar el término veinticuatro:

7; 11; 15; 19;...

- A) 107                      B) 112                      C) 118  
D) 99                      E) 97

22. Hallar  $x$  e  $y$ : 8; 7; 11; 10; 14; 13;  $x$ ;  $y$ 

- A)  $x = 17 \wedge y = 16$                       B)  $x = 28 \wedge y = 18$   
C)  $x = 19 \wedge y = 17$                       D)  $x = 27 \wedge y = 15$   
E)  $x = 16 \wedge y = 16$

23. Hallar x.

1; 2; 6; 24; x

- A) 120                      B) 130                      C) 124  
D) 140                      E) 150

24. Hallar x.

9; 16; 35; 72; 133; x

- A) 133                      B) 183                      C) 224  
D) 323                      E) 232

25. Hallar x.

7; 13; 21; 31; x; 57

- A) 43                      B) 26                      C) 50  
D) 44                      E) 40

26. ¿Qué letra continúa?

B; V; E; S; G; Q; H;...

- A) W                      B) M                      C) P  
D) T                      E) U

27. ¿Qué número sigue?

5; 10; 5; 15; 10; 40; 35;...

- A) 170                      B) 175                      C) 180  
D) 185                      E) 190

28. ¿Qué término continúa?

8; 16; 19; 38; 41; 82;...

- A) 85                      B) 95                      C) 97  
D) 78                      E) 87

29. Hallar el séptimo término.

6; 11; 18; 27; 38;...

- A) 66                      B) 63                      C) 58  
D) 65                      E) 60

30. Hallar  $x + y$ .10; 1; 20; 4; 30; 7;  $x$ ;  $y$ 

- A) 50                      B) 40                      C) 60  
D) 72                      E) 48

# SISTEMA DECIMAL

## SISTEMA DECIMAL DE NUMERACIÓN

Este sistema de numeración fue inventado por los hindúes y difundido después por los árabes, razón por la cual se llama sistema indoarábigo. Este sistema es el que actualmente utilizamos y usa diez símbolos:

0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9

llamados cifras (dígitos).

### El cero

La innovación más importante de toda la matemática es quizás el cero, con él y los otros nueve dígitos se puede representar cualquier cantidad por muy grande que sea.

## PRINCIPIO POSICIONAL

Aunque es cierto que el concepto del cero simplificó notablemente la operación de contar y el manejo de los números, existe otro concepto igualmente importante: el de **posición**, según el cual, el valor de cada dígito depende de su posición.

Por ejemplo:

4	7	8	4	posición de unidades	$4 \times 1$	
↓	↓	↓	↓	posición de decenas	$8 \times 10$	
↓	↓	↓	↓	unidades	posición de centenas	$7 \times 100$
↓	↓	↓	↓	decenas	posición de millares	$4 \times 1000$
↓	↓	↓	↓	centenas		
↓	↓	↓	↓	millares		

El 4 en la posición de millares tiene un valor diferente al del 4 en la posición de unidades. Esta diferencia de valores se aprecia claramente cuando leemos el valor del número: cuatro mil setecientos ochenta y cuatro.

Así pues, cada dígito de un número tiene un **valor absoluto o digital** y un **valor de posición o relativo**.

4	7	8	4	valor absoluto 4; valor relativo	$4 \times 10^0$
				valor absoluto 8; valor relativo	$8 \times 10^1$
				valor absoluto 7; valor relativo	$7 \times 10^2$
				valor absoluto 4; valor relativo	$4 \times 10^3$

Obsérvese que los valores relativos de los dígitos aumentan según las potencias crecientes de 10, de derecha a izquierda. Es fácil determinar el exponente que corresponde a una posición de dígito determinada contando el número de posiciones que quedan a la derecha del dígito en cuestión.

## PRINCIPIO ADITIVO

Todo número debe interpretarse como la suma de los valores relativos de las cifras que lo forman. Así el número 4784 denota la suma:

$$4784 = 4 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 4 \times 10^0$$

Lo anterior nos indica que los números o expresiones que manejamos son formas abreviadas de expresar sumas.

Cuando un número se expresa por medio de una suma, decimos que el número se ha descompuesto en forma **polinómica**.

Ejemplos:

$$543 = 5 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 3 \times 10^0 \text{ (descomposición polinómica)}$$

$$37\,457 = 3 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 7 \times 10^0 \text{ (descomposición polinómica)}$$

## REPRESENTACIÓN LITERAL DE LOS NÚMEROS

Cuando no se conocen las cifras de un número, estas se van a representar mediante letras minúsculas.

Ejemplo:

$\overline{ab}$ ;  $\overline{abcd}$ ;  $\overline{mnp}$ ; etc.

### Observación

1. Las letras diferentes, no necesariamente indican cifras diferentes; a menos que lo señalen.
2. Toda expresión entre paréntesis representa una cifra.

$$\overline{(a-7)(a-2)(a+1)} \Rightarrow \text{número de tres cifras.}$$

### Nota

$$\overline{ab} = 10a + b$$

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c$$

$$\overline{8cd} = 800 + \overline{cd}$$

$$\overline{198a} = 1980 + a$$

$$\overline{20ab} = 2000 + \overline{ab}$$

$$\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d$$

### Efectuar:

1. Si:  $\frac{\overline{ab}}{\overline{ba}} = \frac{7}{4}$ ; calcular el mínimo valor de  $(a + b)$ .
2. Si:  $\overline{ab} = 8^a + b$ ;  $\overline{ba} = n^a + b$ ; calcular  $n$ .
3. Si:  $\overline{ab} + \overline{ba} = 110$  y  $a - b = 4$ ; calcular:  $(a^2 - b^2)$ .
4. Si:  $\overline{ab} = 7(a + b)$ ; calcular la suma de todos los números de dos cifras que cumplen esta condición.
5. Si a un número de tres cifras que empieza por 9 se le suprime esta cifra, el número resultante es  $\frac{1}{21}$  del número inicial. Dar la suma de las cifras del número inicial.
6. Un móvil parte del kilómetro  $\overline{a0}$  y luego llegó al kilómetro  $\overline{ab}$  en media hora. Si media hora después llega al kilómetro  $\overline{b0}$ , calcular la velocidad del móvil en km/h.

# Problemas resueltos

1. Hallar la suma de todos los números de dos cifras, que sean iguales al triple del producto de sus cifras.

**Resolución:**

Sea  $\overline{ab}$  el número de 2 cifras.

Por condición:  $\overline{ab} = 3ab$

Descomponiendo:

$$\begin{aligned} \overline{ab} &= 3ab \\ 10a + b &= 3ab \\ 10a &= 3ab - b \\ 10a &= b(3a - 1) \\ 2 \times 5 \times a &= b(3a - 1) \\ \downarrow \quad \downarrow & \\ 1 \quad 5 &\Rightarrow \overline{ab} = 15 \\ 2 \quad 4 &\Rightarrow \overline{ab} = 24 \end{aligned}$$

Por lo tanto, la respuesta es:

$$15 + 24 = 39$$

2. Un número de dos cifras aumentado en el triple de su cifra de decenas resulta 93. Hallar la suma de sus cifras.

**Resolución:**

Sea el número:  $\overline{ab}$

Según el problema:

$$\overline{ab} + 3a = 93$$

Descomponiendo:

$$10a + b + 3a = 93$$

$$13a + b = 93$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad \downarrow \\ 7 \quad 2 \end{array}$$

Analizamos las restricciones:

$$0 \neq b \neq 9$$

$$0 \neq 93 - 13a \neq 9$$

$$-93 \neq -13a \neq -84$$

$$93 \text{ \$ } 13a \text{ \$ } 84$$

$$\frac{93}{13} \text{ \$ } \frac{13a}{13} \text{ \$ } \frac{84}{13}$$

$$7,15 \text{ \$ } a \text{ \$ } 6,46$$

Luego:  $a = 7 \Rightarrow b = 2$

Luego la suma de cifras es:

$$7 + 2 = 9$$

3. Hallar  $\overline{xy} + \overline{yx}$ , si:  $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{xy3}$

**Resolución:**

$$\begin{aligned} \overline{abc} - \overline{cba} &= \overline{xy3} \\ 100a + 10b + c - (100c + 10b + a) &= \overline{xy3} \\ 99a - 99c &= \overline{xy3} \\ 99(a - c) &= \overline{xy3} \\ 99(7) &= 693 \end{aligned}$$

Entonces:

$$\begin{aligned} a - c = 7 \quad \wedge \quad \overline{xy3} &= 693 \\ y &= 9 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$\overline{xy} + \overline{yx} = 69 + 96 = 165$$

4. Un número de 4 cifras cuya suma de cifras es 25, sumado con otro número de 3 cifras iguales da 1000. Hallar la cifra de las decenas del primer número.

**Resolución:**

El primer número es  $\overline{abcd}$   
El segundo número es  $\overline{eee}$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1} \\ \overline{a \quad b \quad c \quad d} + \\ \overline{e \quad e \quad e} \\ \hline 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} d + e &= 10 \dots \text{(I)} \\ c + e &= 9 \dots \text{(II)} \\ b + e &= 9 \dots \text{(III)} \\ a &= 9 \dots \text{(IV)} \end{aligned}$$

Del problema:

$$a + b + c + d = 25$$

Sumando (I) + (II) + (III) + (IV):

$$\underbrace{a + b + c + d} + 3e = 37$$

$$25 + 3e = 37$$

$$3e = 12$$

$$e = 4$$

En (II):

$$c + e = 9$$

$$c + 4 = 9$$

$$c = 5$$

Por lo tanto, la cifra de las decenas del primer número es 5.

5. Hallar x.

Si:  $\overline{(x + 1)5x} = 655$

**Resolución:**

$\overline{(x + 1)5x}$

$100x + 10 \cdot 5 + x = 655$

$100x + 100 + 50 + x = 655$

$101x + 150 = 655$

$101x = 655 - 150$

$101x = 505 = 101 \cdot 5$

Por lo tanto:

$x = 5$

6. Hallar a + b, si:

$\overline{ab} = 3(a + b)$

**Resolución:**

$\overline{ab} = 3(a + b)$

$10a + b = 3a + 3b$

$10a - 3a = 3b - b$

$7a = 2b$



Entonces:

$a = 2 \wedge b = 7$

Por lo tanto:

$a + b = 9$

7. Si:  $\overline{ab} + \overline{ba} = \overline{m8}$

Calcular: a + b + m

**Resolución:**

$\overline{ab} + \overline{ba} = \overline{m8}$

$10a + b + (10b + a) = \overline{m8}$

$11a + 11b = \overline{m8}$

$11(a + b) = \overline{m8}$

$11 \cdot 8 = 88$

Entonces:

$a + b = 8 \wedge m = 8$

Por lo tanto:

$a + b + m = 16$

8. Si:  $\overline{5a1} = \overline{(a + 2)3(a - 2)}$

Hallar a.

**Resolución:**

Por descomposición polinómica.

$100 \cdot 5 + 10 \cdot a + 1 = 100(a + 2) + 10 \cdot 3 + (a - 2)$

$500 + 10a + 1 = 100a + 200 + 30 + a - 2$

$501 + 10a = 101a + 228$

$501 - 228 = 101a - 10a$

$273 = 91a$

$91 \cdot 3 = 91a$

Por lo tanto:

$a = 3$

9. Si:  $\overline{ab} + \overline{ba} = 165$  y  $a - b = 3$

Calcular:  $a^2 - b$

**Resolución:**

$\overline{ab} + \overline{ba} = 165$

$10a + b + 10b + a = 165$

$11(a + b) = 165$

$a + b = 15 \dots(I)$

Del dato:

$a - b = 3 \dots(II)$

Sumando (I) y (II) tenemos:

$2a = 18 \Rightarrow a = 9$

Reemplazando en (I):

$9 + b = 15 \Rightarrow b = 6$

Por lo tanto:

$a^2 - b = 9^2 - 6 = 75$

10. Calcular:  $\sqrt{a + b - 2}$ , si:

$\overline{ab} = 3a + 5b$

**Resolución:**

Por descomposición polinómica:

$10a + b = 3a + 5b$

$7a = 4b \dots(I)$



Los únicos valores que cumplen (I) son:

$a = 4 \wedge b = 7$

Por lo tanto:

$\sqrt{a + b - 2} = \sqrt{4 + 7 - 2} = 3$

11. Calcular  $\frac{a}{b}$ , si:

$\frac{\overline{ab}}{\overline{ba}} = \frac{8}{3}$

**Resolución:**

$\frac{\overline{ab}}{\overline{ba}} = \frac{8}{3} \Rightarrow 3(10a + b) = 8(10b + a)$

$30a + 3b = 80b + 8a$

$22a = 77b$

$2a = 7b$

$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{7}{2}$



5. Calcular  $a - b + x$  si:

$$\overline{ab} - \overline{ba} = \overline{x2}$$

- A) 15                      B) 16                      C) 12  
D) 14                      E) 20

6. Si a un número de dos cifras del sistema decimal se le aumenta la suma de sus cifras se obtiene 32. Hallar el producto de sus cifras.

- A) 18                      B) 10                      C) 16  
D) 9                        E) 12

7. Si:  $\overline{ab} + \overline{ba} = 143$

$$a \cdot b = 42$$

Hallar:  $b - a$

- A) 2                        B) 4                        C) 3  
D) 13                      E) 1

8. ¿Cuántos números de dos cifras son iguales a ocho veces la suma de sus cifras?

- A) 2                        B) 4                        C) 3  
D) 1                        E) 0

9. Hallar  $a$ , si:

$$\overline{(a - 1)2a} = 36(2a + 1)$$

- A) 5                        B) 4                        C) 2  
D) 6                        E) 3

10. Si:  $a + b + c = 17$

Hallar:  $\overline{abc} + \overline{cab} + \overline{bca}$

- A) 1886                      B) 1876                      C) 1888  
D) 1887                      E) 1885

# Practiquemos

- Hallar un número  $\overline{ba}$  de dos cifras sabiendo que  $\overline{ab} + \overline{ba} = 154$  y  $b - a = 4$ .  
A) 90                      B) 92                      C) 95  
D) 98                      E) 96
- Hallar  $a + b$ , si:  $\overline{aba} = 36^a + bh$   
A) 6                      B) 7                      C) 8  
D) 9                      E) 10
- La suma de las dos cifras de un número es 8. Si al número se le suma 54, el orden de las cifras del número se invierte. Hallar el producto de las cifras.  
A) 8                      B) 15                      C) 6  
D) 9                      E) 7
- Si  $\overline{abc} - \overline{cba} = 297$ , siendo  $a$  y  $c$  diferentes de cero. Determinar cuántos valores puede tomar  $a$ .  
A) 7                      B) 8                      C) 9  
D) 6                      E) 5
- Si  $\overline{abc} - \overline{cba} = 792$ , siendo  $a$  y  $c$  diferentes de cero, hallar  $a + c$ .  
A) 8                      B) 9                      C) 10  
D) 11                      E) 12
- Hallar un número de cuatro cifras que comienza en 6, tal que si se suprime esta cifra el número resultante es igual a la veinticincoava parte del número original.  
A) 6520                      B) 6025                      C) 6250  
D) 6502                      E) 6522
- Hallar  $a + b + c$ , si:  $\overline{abc} + a + b + c = 452$   
A) 10                      B) 12                      C) 15  
D) 16                      E) 19
- Si a un número de 3 cifras se le agrega un cinco al inicio y al final, el resultado obtenido es 147 veces el número original. Dar como respuesta la suma de cifras del número original.  
A) 12                      B) 14                      C) 16  
D) 15                      E) 13
- Si a un número de 3 cifras se le agrega un 3 a la izquierda queda multiplicado por 25. Hallar la suma de cifras del número original.  
A) 7                      B) 8                      C) 9  
D) 10                      E) 12
- Hallar  $a + b$ , si se sabe que si al número  $\overline{ab70}$  se le eliminan las dos últimas cifras y luego, se le multiplica por 102 se obtiene el número original.  
A) 8                      B) 9                      C) 10                      D) 11                      E) 13
- La suma de un número de dos cifras y el que resulta de invertir el orden de sus cifras es igual a 11 veces la diferencia de estos números. Hallar el mayor de dichos números.  
A) 36                      B) 41                      C) 45  
D) 54                      E) 63
- Hallar  $a + b + c$ , si:  $\overline{abc} + \overline{ba} + \overline{bac} + \overline{ac} = \overline{acba}$   
A) 9                      B) 13                      C) 15  
D) 17                      E) 20
- La suma de las dos cifras de un número es 11. Si a dicho número se le suma 45, las cifras se invierten. Hallar el producto de las cifras del número.  
A) 20                      B) 22                      C) 24  
D) 26                      E) 28
- Si a un número de 3 cifras se le agrega un cero a la derecha, aumenta en 5688. ¿Cuál es el número?  
A) 622                      B) 632                      C) 623  
D) 236                      E) 326
- El número  $\overline{abca}$  no es mayor que 2000, y a la vez es el resultado de sumar:  $\overline{bca} + \overline{bac} + 28b$ .  
Hallar:  $a + b + c$   
A) 10                      B) 11                      C) 12  
D) 13                      E) 14
- Hallar la suma de las dos cifras de un número que excede en 16 unidades a 5 veces la cifra de las unidades.  
A) 3                      b) 6                      C) 9  
D) 10                      E) A y D
- ¿Cuántos números de 2 cifras son iguales a siete veces la suma de sus cifras?  
A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) 5
- Un número está compuesto por 3 cifras. La cifra de las centenas es 4 veces la cifra de las unidades, y la cifra de las decenas es igual a la mitad de la suma de las otras cifras. Dar como respuesta el producto de las cifras de dicho número.  
A) 90                      B) 64                      C) 48  
D) 36                      E) 80

19. Si a un número de 3 cifras que empieza en 5 se le suprime esta cifra, el número resultante es  $\frac{1}{21}$  del número original. El producto de cifras de dicho número es:
- A) 56                      B) 48                      C) 50  
D) 60                      E) 44
20. Hallar un número de 4 cifras, tal que, al sumarle la suma de sus cifras resulte 7675. Dar como respuesta la suma de sus cifras.
- A) 10                      B) 21                      C) 25  
D) 26                      E) 28
21. ¿Cuál es el número comprendido entre 200 y 300, tal que, leído al revés, es el doble del número que le sigue al original?
- A) 237                      B) 247                      C) 252  
D) 295                      E) 297
22. Una persona nació en  $\overline{19ba}$  y en  $\overline{19ab}$  tiene  $a + b$  años. ¿En qué año tuvo 10 años?
- A) 1953                      B) 1954                      C) 1955  
D) 1956                      E) 1957
23. Julio nació en el año  $\overline{19aa}$  y en el año  $\overline{19^a a + 2hb}$  cumplió  $(5a - b)$  años. Indicar el valor de  $a \cdot b$ , si  $a < b$ .
- A) 8                      B) 12                      C) 18  
D) 25                      E) 48
24. Un número de dos dígitos es  $n$  veces la suma de sus dígitos. Si el número que se obtiene al intercambiar los dígitos, resulta del producto de la suma de los dígitos multiplicado por  $F$ , hallar  $F$ .
- A)  $n + 6$                       B)  $n - 4$                       C)  $11 - n$   
D)  $12 - n$                       E)  $n - 1$
25. La primera cifra de un número de 2 cifras es el cuádruple de la segunda. Hallar la suma de las cifras, si el número es el mayor posible.
- A) 5                      B) 6                      C) 8  
D) 10                      E) 9
26. Si  $\overline{ab} + \overline{ab} = 176$ . Hallar  $a + b$ .
- A) 14                      B) 12                      C) 13  
D) 16                      E) 15
27. Hallar un número de 2 cifras significativas, tal que si se invierten sus cifras el número inicial aumentaría en 72. Dar como respuesta el producto de cifras del número mencionado.
- A) 9                      B) 18                      C) 27  
D) 36                      E) 21
28. Hallar:  $a + b + c$ , si:
- $$\overline{abc} + a + b + c = 144$$
- A) 6                      B) 8                      C) 12  
D) 7                      E) 9
29. Hallar un número de 3 cifras que cumpla las siguientes condiciones:
- La primera cifra es el doble de la tercera.  
La segunda cifra es el triple de la primera.
- Dar como respuesta la suma de las cifras del número.
- A) 8                      B) 11                      C) 9  
D) 12                      E) 10
30. En un número de dos cifras, la cifra de las unidades es  $\frac{7}{3}$  la cifra de las decenas. Calcular la suma de cifras del número.
- A) 14                      B) 16                      C) 18  
D) 10                      E) 21

# NUMERACIÓN

## DEFINICIÓN

Es la parte de la aritmética que se encarga del estudio de la formación, lectura y escritura correcta de los números.

**Número:** es la idea asociada a la cantidad que nos permite cuantificar los objetos de la naturaleza.

**Numeral:** es la representación simbólica del número.

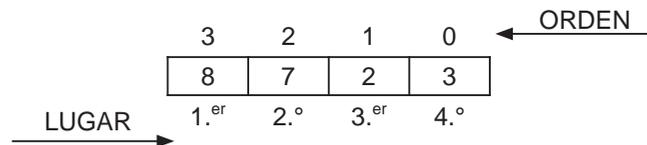
Ejemplo:



## PRINCIPIOS FUNDAMENTALES

### Principio del orden y lugar

Dado el numeral: 8723



### Principio de la base

La base es un número entero y mayor que la unidad que nos indica de cuánto en cuánto agrupamos en cualquier orden.

#### En base 12:

12 unidades formen 1 docena (12<sup>1</sup>)  
12 unidades de orden cero      1 unidad de orden uno

12 docenas formen 1 gruesa (12<sup>2</sup>)  
12 unidades de orden uno      1 unidad de orden dos

12 gruesas formen 1 masa (12<sup>3</sup>)  
12 unidades de orden dos      1 unidad de orden tres

#### En base 10:

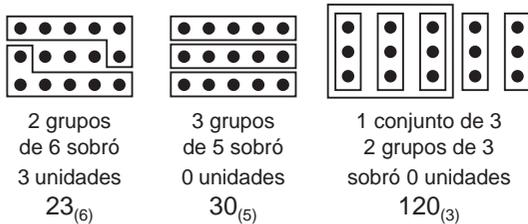
10 unidades formen 1 decena (10<sup>1</sup>)  
10 unidades de orden cero      1 unidad de orden uno

10 decenas formen 1 centena (10<sup>2</sup>)  
10 unidades de orden uno      1 unidad de orden dos

10 centenas formen 1 millar (10<sup>3</sup>)  
10 unidades de orden dos      1 unidad de orden tres

Ejemplos:

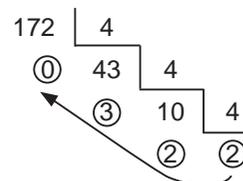
1. Expresar 15 unidades en base 6; 5 y 3:



Se observa: 15 = 23<sub>(6)</sub> = 30<sub>(5)</sub> = 120<sub>(3)</sub>

2. Agrupar 172 de 4 en 4.

Método práctico, **divisiones sucesivas:**



Por lo tanto: 172 = 2230<sub>(4)</sub>

**Consideraciones:**

- a)  $0 \# \underbrace{\text{cifras}} < \text{base}$   
enteros
- Cifra significativa:  
aquella cifra diferente de cero.
  - Cifra máxima:  
Aquella cifra menor que la base en 1.
- b) En una igualdad de numerales: "A mayor numeral menor base y viceversa".
- c) Las divisiones sucesivas permiten hacer un cambio de base (de base 10 a otra base).

**Principio del valor de las cifras**

- Valor absoluto (VA): es el valor que toma una cifra. Su valor no cambia, al cambiar la cifra de orden.
- Valor relativo (VR): es el valor que toma una cifra por el orden que ocupa en el numeral. Su valor cambia, al cambiar la cifra de orden.

Sea:  $4236_{(7)}$

$$\begin{array}{ll} \text{VA}(4) = 4 & \text{VR}(4) = 4 \times 7^3 \\ \text{VA}(2) = 2 & \text{VR}(2) = 2 \times 7^2 \\ \text{VA}(3) = 3 & \text{VR}(3) = 3 \times 7^1 \\ \text{VA}(6) = 6 & \text{VR}(6) = 6 \times 7^0 \end{array}$$

$$\text{Donde: } 4236_{(7)} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Descomposición} \\ \text{polinómica}}}{4} \times \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Descomposición} \\ \text{polinómica}}}{7^3} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Descomposición} \\ \text{polinómica}}}{2} \times \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Descomposición} \\ \text{polinómica}}}{7^2} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Descomposición} \\ \text{polinómica}}}{3} \times \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Descomposición} \\ \text{polinómica}}}{7^1} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Descomposición} \\ \text{polinómica}}}{6}$$

$$4236_{(7)} = 1497 \text{ (cambio de base)}$$

**Observaciones**

- a) La descomposición polinómica permite hacer un cambio de base (de base diferente de 10 a base 10).
- b) En casos especiales es necesario hacer una descomposición polinómica en bloques.

Ejemplos:

- $23\ 759 = 237 \times 10^2 + 59$
- $424242_{(7)} = 42_{(7)} \times 7^4 + 42_{(7)} \times 7^2 + 42_{(7)}$

**ALGUNOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN**

BASE	NOMBRE	CIFRAS QUE UTILIZA
2	Binario	0; 1
3	Ternario	0; 1; 2
4	Cuaternario	0; 1; 2; 3
5	Quinario	0; 1; 2; 3; 4
6	Senario	0; 1; 2; 3; 4; 5
7	Heptanario	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6
8	Octanario	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7
9	Nonario	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8
10	Decimal	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9
11	Undecimal	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10
12	Duodecimal	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11
:	:	:
n	Enesimal	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; ...; (n-2); (n-1)

CONVENCIÓN:

- (10)  $\langle\langle A \rangle\rangle \alpha$
- (11)  $\langle\langle B \rangle\rangle \beta$
- (12)  $\langle\langle C \rangle\rangle \gamma$
- ⋮ ⋮ ⋮

**REPRESENTACIÓN LITERAL DE UN NÚMERO**

Ejemplo:

Representar un numeral de tres cifras en base 10.

m	n	p	= "100; 101; 102; ...; 999 ,
↓	↓	↓	
1	0	0	
2	1	1	
⋮	⋮	⋮	
9	9	9	
9	10	10	→ Total de valores de las variables

n.º total de numerales =  $9 \times 10 \times 10 = 900$

**NUMERAL CAPICÚA**

Ejemplos:

$$\overline{aa}_{(n)} = \{11; 33_{(5)}; 77_{(9)}; \dots\}$$

$$\overline{aba}_{(n)} = \{757; 232_{(4)}; 575_{(8)}; \dots\}$$

$$\overline{abba}_{(n)} = \{4334; 5115_{(6)}; \dots\}$$

**CASOS ESPECIALES**

**Numeral con cifras máximas**

$$\overline{14444444}_{(2)} = n^k - 1$$

k cifras

**Bases sucesivas**

$$\overline{1a1b1c\dots1m}_{(n)} = a + b + c + \dots + m + n$$

**Intervalo para un numeral (N<sub>(n)</sub>) con cierta cantidad de cifras**

$$n^{k-1} \# N_{(n)} < n^k$$

↓  
k cifras

También:

$$\underbrace{\overline{1a1a1a\dots1a}_{(n)}}_{k \text{ veces}} = n + a \cdot k$$

$$\underbrace{\overline{a1a1a1\dots a1}_{(n)}}_{k \text{ veces}} = a^k \cdot n + \frac{a^k - 1}{a - 1}$$

1. Si:  $\overline{163}_{(m)} + \overline{33n}_{(p)} + \overline{13m}_{(n)} = \overline{44p}$

Hallar:  $m + n + p + 1$

**Resolución:**

Sabemos que en un numeral cada cifra siempre es menor que la base. Entonces:

$$\begin{aligned} 6 &< m \\ m &< n \\ n &< p \\ p &< 10 \end{aligned}$$

Agrupando las desigualdades:

$$\begin{aligned} 6 &< m < n < p < 10 \\ \Rightarrow m &= 7 & n = 8 & p = 9 \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$m + n + p + 1 = 7 + 8 + 9 + 1 = 25$$

2. Hallar  $a + n$ , si:

$$\overline{(2a)a(2a)}_{(n)} = \overline{aak}_{(4)}$$

**Resolución:**

Sabemos que en una igualdad de numerales a mayor numeral, menor base y viceversa, entonces:

$$\overline{(2a)a(2a)} > \overline{aak}$$

$$\Rightarrow n < 4 \dots (I)$$

Del primer numeral:

$$2a < n \dots (II)$$

De (I) y (II):

$$\begin{aligned} 2a &< n < 4 \dots (III) \\ \Rightarrow 2a &< 4 \\ a &< 2 \\ \Rightarrow a &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{En (III): } 2 &< n < 4 \\ \Rightarrow n &= 3 \end{aligned}$$

Por lo tanto:  $a + n = 4$

3. Hallar  $n$ , si:

$$\overline{(n+1)n4}_{(6)} = 124$$

**Resolución:**

Por descomposición polinómica:

$$\begin{aligned} (n+1) \cdot 6^2 + n \cdot 6 + 4 &= 124 \\ 36(n+1) + 6n &= 120 \\ 42n &= 84 \\ \Rightarrow n &= 2 \end{aligned}$$

4. Hallar  $a + b + c$ , si:

$$\overline{abc}_{(7)} = 318_{(9)}$$

**Resolución:**

Llevamos  $318_{(9)}$  a base 7

Primero a base 10:

$$\begin{aligned} 318_{(9)} &= 3 \times 9^2 + 1 \times 9 + 8 \\ &= 260 \end{aligned}$$

Ahora a base 7 por divisiones sucesivas:

$$\begin{array}{r} 260 \overline{)7} \\ \underline{259} \quad 37 \overline{)7} \\ \textcircled{1} \quad 35 \textcircled{5} \\ \quad \quad \quad \textcircled{2} \end{array}$$

$$260 = 521_{(7)} = \overline{abc}_{(7)}$$

$$\Rightarrow a = 5 \quad b = 2 \quad c = 1$$

Por lo tanto:

$$a + b + c = 8$$

5. Si los numerales están correctamente escritos:

$$210_{(a)} \quad ; \quad \overline{21b}_{(5)} \quad ; \quad \overline{1aa}_{(b)}$$

Hallar:  $ab$

**Resolución:**

$$\overline{210}_{(a)} \Rightarrow 2 < a$$

$$\overline{1aa}_{(b)} \Rightarrow a < b$$

$$\overline{21b}_{(5)} \Rightarrow b < 5$$

Agrupando las desigualdades:

$$\begin{aligned} 2 &< a < b < 5 \\ \Rightarrow a &= 3 \wedge b = 4 \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$ab = 3(4) = 12$$

6. Hallar  $x$ , si:

$$\overline{x7}_{(9)} = 79_{(x+2)}$$

**Resolución:**

$$9x + 7 = x + 2h \cdot 7 + 9$$

$$9x + 7 = 7x + 14 + 9$$

$$9x - 7x = 23 - 7$$

$$2x = 16 \quad \Rightarrow \quad x = 8$$

# Evaluación

Día:

Mes:

Año:

Apellidos y nombres: .....

Año: ..... Sección: .....

CALIFICACIÓN

Tema: .....

1. Si:  $274_{(m)} = 356_{(n)}$ ,  $m < 9$

Hallar:  $m + n$

- A) 16                      B) 14                      C) 18  
D) 15                      E) 13

2. Si:  $a(a + 2)(a + 4)_{(6)} = \overline{xyz}_{(a + 4)}$

Hallar:  $x + y + z$

- A) 5                      B) 7                      C) 9  
D) 4                      E) 6

3. Hallar  $n$ , si:

$$\overline{a61}_{(n)} = \overline{a16}_{(9)}$$

- A) 6                      B) 5                      C) 8  
D) 7                      E) 4

4. La suma de cifras del numeral  $136_{(n)}$  en base  $n + 1$  es  $\frac{n}{2}$ . Hallar  $n$ .

- A) 12                      B) 8                      C) 18  
D) 10                      E) 6

5. Si:  $\overline{5n0}_{(7)} = \overline{abc5}_{(n)}$

Hallar:  $a + b + c$

- A) 8                      B) 7                      C) 10  
D) 9                      E) 6

6. Si:  $\overline{12a}_{(b)} + \overline{2b3}_{(c)} + \overline{215}_{(a)} + \overline{20c}_{(d)} = \overline{e0d}$

Calcular:  $a + b + c + d + e$

- A) 36                      B) 32                      C) 30  
D) 34                      E) 35

7. El mayor número de 3 cifras del sistema de base  $n$  se escribe en el sistema senario como 2211. Hallar  $n$ .

- A) 7                      B) 9                      C) 11  
D) 10                      E) 8

8. Hallar el número  $\overline{abab}$  que sumado con el producto de  $\overline{ab}$  con el menor número cuya suma de cifras es 22 resulta 22 800.

- A) 3838                      B) 3939                      C) 3737  
D) 3636                      E) 4040

9. Si:  $\overline{4(b+1)3}_{(6)} = \overline{bbb4}_{(n)}$

Hallar  $b$ .

- A) 2                      B) 3                      C) 5  
D) 1                      E) 4

10. Si:  $\overline{460}_{(m)} = \overline{288}_{(n)}$ ;  $\overline{458}_{(m)} = \overline{284}_{(n)}$

Hallar:  $m + n$

- A) 28                      B) 24                      C) 25  
D) 27                      E) 23

# Practiquemos

- Hallar  $n$ , para que se cumpla:  $310_{(4)} = 124_{(n)}$   
 A) 1                      B) 2                      C) 4  
 D) 5                      E) 6
- Al responder una encuesta, un ganadero escribió en una ficha lo siguiente:  
 n.º toros:                      24  
 n.º vacas:                      32  
 Total de cabezas:    100  
 La base del sistema de numeración que usa el granjero es:  
 A) 8                      B) 9                      C) 6  
 D) 5                      E) 7
- Si  $a$ ,  $b$  y  $c$  son cifras diferentes, hallar:  $m + p$   
 $\overline{aaa}_{(2)} + \overline{bbb}_{(3)} + \overline{cc}_{(4)} = \overline{mp}$   
 A) 12                      B) 13                      C) 14  
 D) 15                      E) 16
- Si el numeral  $\overline{(a-1)(a+4)(a+8)}$  está expresado en base 11 y el numeral  $\overline{bb(b+7)(b-4)}$  en base 12. Hallar  $x + y$ , en:  $\overline{ab}_{(7)} + \overline{ba}_{(8)} = \overline{xy}$   
 A) 3                      B) 4                      C) 5  
 D) 6                      E) 7
- Un banco usa el sistema de numeración de base 7 para numerar las libretas de sus ahorristas. Si el número de la antepenúltima libreta numerada es 4365, ¿cuál es el número de la última libreta?  
 A) 4367                      B) 4400                      C) 4380  
 D) 4502                      E) 5000
- Hallar una de las sumas de las bases en las cuales los numerales 444 y 124 son iguales.  
 A) 12                      B) 16                      C) 20  
 D) 17                      E) 18
- Si se cumple:  
 $175_{(m)} = 526_{(n)}$   
 $176_{(m)} = 530_{(n)}$   
 Hallar:  $m + n$   
 A) 16                      B) 20                      C) 12  
 D) 18                      E) 21
- Si se cumple:  $\overline{a\frac{a}{6}ka\frac{a}{4}ka\frac{a}{2}k}_{9h} = \overline{bcd}$   
 Hallar:  $a + b + c + d$   
 A) 18                      B) 19                      C) 21  
 D) 24                      E) 27
- Calcular  $n$ , si se cumple:  
 $\overline{(n-1)(n-1)(n-1)(n-1)}_{(n)} = 1295$   
 A) 5                      B) 6                      C) 7  
 D) 8                      E) 9
- Si:  $\overline{m00m}_{(6)} = \overline{np1}$ , hallar:  $m + n + p$   
 A) 12                      B) 13                      C) 15  
 D) 16                      E) 14
- Hallar  $a + b + c$ , si se cumple:  
 $\overline{(a+1)(a-1)a}_{(3)} = \overline{bc}$   
 A) 7                      B) 8                      C) 10  
 D) 11                      E) 12
- Si los siguientes numerales son diferentes de cero:  
 $\overline{2bc}_{(a)}$ ;  $\overline{bb}_{(c)}$ ;  $\overline{10a}_{(4)}$   
 Hallar:  $\frac{ac}{b}$   
 A) 3                      B) 4                      C) 5  
 D) 6                      E) 7
- Hallar el valor de  $a$  en:  $\overline{a11}_{(7)} = \overline{37a}_{(8)}$   
 A) 2                      B) 3                      C) 4  
 D) 5                      E) 6
- Si los numerales están correctamente escritos, hallar  $a + b$ .  
 $143_{(b)}$ ;  $\overline{23b}_{(a)}$ ;  $\overline{6a3}_{(7)}$   
 A) 10                      B) 11                      C) 12  
 D) 13                      E) 9
- Expresar  $M$  en base once y dar la suma de sus cifras.  
 $M = 4 \times 11^3 + 7 \times 11^2 + 90$   
 A) 19                      B) 20                      C) 21  
 D) 23                      E) 25

16. Si el numeral:  $\overline{b^6 - ah^2 + 3ah^b - 3h^{9h}}$

es capicúa, hallar  $a \cdot b$

- A) 3                      B) 4                      C) 6  
D) 8                      E) 10

17. Determinar el valor de  $x$  en base 2, si:

$$\overline{^x x - 2h^x - 1h3^{8h}} = 83$$

- A)  $11_{(2)}$                       B)  $101_{(2)}$                       C)  $111_{(2)}$   
D)  $100_{(2)}$                       E)  $1101_{(2)}$

18. ¿Cuántas cifras tiene un numeral en el que la cifra de cuarto orden es la quinta cifra?

- A) 6                      B) 7                      C) 8  
D) 9                      E) 10

19. Si a un numeral de dos cifras del sistema decimal se le agrega la suma de sus cifras se obtiene 85, hallar el producto de sus cifras.

- A) 28                      B) 22                      C) 16  
D) 12                      E) 15

20. Si los numerales:  $\overline{b45_{(8)}}$ ;  $\overline{aa3_{(b)}}$ ;  $\overline{125_{(a)}}$  están correctamente escritos, hallar  $a + b$ .

- A) 12                      B) 13                      C) 15  
D) 16                      E) 20

21. Si:  $N = 2 \times 8^4 + 5 \times 8^3 + 4 \times 8^2 + 45$ , ¿cómo se escribe  $N$  en base 8?

- A)  $24445_{(8)}$                       B)  $25454_{(8)}$                       C)  $25455_{(8)}$   
D)  $25544_{(8)}$                       E)  $25452_{(8)}$

22. Expresar  $242_{(7)}$ , en base 12. Dar como respuesta la suma de cifras.

- A) 16                      B) 18                      C) 13  
D) 15                      E) 14

23. Determinar el valor de  $N = 123_{(5)} + 231_{(5)} + 312_{(5)}$  en base 8.

- A)  $166_{(8)}$                       B)  $721_{(8)}$                       C)  $272_{(8)}$   
D)  $317_{(8)}$                       E)  $242_{(8)}$

24. Si los números están correctamente escritos:

$$\overline{c42_{(8)}}; 43_{(a)}; \overline{a5_{(b)}}; \overline{b42_{(c)}}$$

Hallar:  $a + b + c$

- A) 15                      B) 16                      C) 17  
D) 18                      E) 19

25. Si:  $\overline{2a3_{(c)}} = \overline{1bc_{(5)}}$ . Hallar:  $a + b + c$

- A) 7                      B) 3                      C) 4  
D) 5                      E) 6

26. Expresar  $S$  en base 9, si se cumple que:

$$S = \overline{a3_{(7)}} + \overline{2b_{(a)}} + \overline{1c_{(b)}} + 23_{(c)}$$

- A)  $121_{(9)}$                       B)  $112_{(9)}$                       C)  $101_{(9)}$   
D)  $102_{(9)}$                       E)  $131_{(9)}$

27. Calcular el valor de  $a$  si:

$$\overline{1a12_{ah}} = 31_{(5)}$$

- A) 2                      B) 3                      C) 4  
D) 5                      E) 7

28. Si se cumple que:

$$\overline{(a-1)34_{(a)}} = \overline{31a_{(b)}}; \text{ donde } b < 7$$

Hallar  $\overline{ab}$  expresado en base 3.

- A)  $2002_{(3)}$                       B)  $2102_{(3)}$                       C)  $2012_{(3)}$   
D)  $2112_{(3)}$                       E)  $2212_{(3)}$

29. Al expresar  $121_{(n)}$  en base  $n + 1$ . La suma de sus cifras es:

- A) 2                      B) 3                      C) 4  
D) 1                      E) 5

30. Calcular cuántos números de tres cifras se pueden formar utilizando las cifras 3; 0; 7 y 4. Dar como respuesta la suma de cifras del resultado.

- A) 13                      B) 15                      C) 12  
D) 19                      E) 20

# ADICIÓN

## DEFINICIÓN

Es la operación matemática que consiste en agrupar un conjunto de cantidades homogéneas llamadas sumandos, obteniendo así otra cantidad denominada **suma**.

En general, la adición presenta la siguiente forma:

$$\boxed{A + B = S} ; \text{ donde: } A \text{ y } B: \text{ sumandos} \quad +: \text{ signo de adición}$$

$$S: \text{ suma} \quad \text{se lee: más}$$

Ejemplo:

Sean las cantidades:  $48 \text{ g} + 56 \text{ g} + 4 \text{ kg}$

No son cantidades homogéneas, para efectuar debemos convertir los kilogramos a gramos ( $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$ )

$$\Rightarrow 48 \text{ g} + 56 \text{ g} + 4000 \text{ g} = 4104 \text{ g}$$

## PROPIEDADES DE LA ADICIÓN

- Commutativa  
 $A + B = B + A$
- Asociativa  
$$A + B + C = \begin{cases} (A + B) + C \\ A + (B + C) \\ (A + C) + B \end{cases}$$
- Elemento neutro  
 $A + 0 = A$
- Inverso aditivo  
 $A + (-A) = 0$
- Clausura  
Si  $A \in \mathbb{Z}, B \in \mathbb{Z} \Rightarrow A + B \in \mathbb{Z}$
- Monotonía  
Si  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ , se cumple:  
 $a = b \Rightarrow a + c = b + c$   
 $a > b \Rightarrow a + c > b + c$   
 $a < b \Rightarrow a + c < b + c$

## PROGRESIÓN ARITMÉTICA

Es una sucesión ordenada de cantidades las cuales aumentan o disminuyen en una cantidad constante llamada razón aritmética.

$$\begin{array}{ccccccccc} & +6 & +6 & +6 & +6 & +6 & +6 & & \\ \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \\ 14; & 20; & 26; & 32; & 38; & 44; & 50; & \dots \end{array}$$

Razón aritmética = + 6

$$\begin{array}{ccccccccc} & -10 & -10 & -10 & -10 & -10 & & & \\ \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \\ 415; & 405; & 395; & 385; & 375; & 365; & \dots \end{array}$$

Razón aritmética = - 10

## Conclusiones

Una progresión aritmética se denomina ascendente o creciente si su razón aritmética es positiva.

Una progresión aritmética se denomina descendente o decreciente si su razón aritmética es negativa.

*Nota*

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + n \Rightarrow S = \frac{n^2 + n}{2}$$

$$S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 \Rightarrow S = \frac{n^3 + 3n^2 + 2n}{6}$$

$$S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 \Rightarrow S = \left[ \frac{n^2 + n}{2} \right]^2$$

$$S = 1 + 3 + 5 + \dots + n = c \frac{n+1}{2} m^2$$

**CÁLCULO DE UN TÉRMINO CUALQUIERA**

Si formamos una progresión aritmética donde 12 es el 1.º término y la razón aritmética es 8 podemos observar:

1.º término  $\rightarrow a_1 = 12$   
 2.º término  $\rightarrow a_2 = 12 + 8 = 12 + 1 \times 8$   
 $a_3 = 12 + 8 + 8 = 12 + 2 \times 8$   
 $a_4 = 12 + 8 + 8 + 8 = 12 + 3 \times 8$   
 $\vdots$   
 $a_9 = 12 + \underbrace{8 + \dots + 8}_{8 \text{ veces}} = 12 + 8 \times 8$   
 $\vdots$   
 $a_{20} = 12 + \underbrace{8 + \dots + 8}_{19 \text{ veces}} = 12 + 19 \times 8$   
 $\vdots$   
 $a_n = 12 + \underbrace{8 + \dots + 8}_{(n-1) \text{ veces}} = 12 + (n - 1) \times 8$   
 $\vdots$

En general:

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

Donde:

$a_n$ : término enésimo  
 n: lugar buscado  
 r: razón aritmética

**CÁLCULO DEL NÚMERO DE TÉRMINOS**

De la fórmula anterior podemos deducir:

$$n = \left[ \frac{a_n - a_1}{r} \right] + 1 \quad a_n : \text{último término}$$

**SUMA DE LOS TÉRMINOS DE UNA PROGRESIÓN ARITMÉTICA**

Ejemplo:

7 términos

$$S = \overbrace{5 + 9 + 13 + 17 + 21 + 25 + 29}^{7 \text{ términos}}$$

$$S = \underbrace{29 + 25 + 21 + 17 + 13 + 9 + 5}_{\downarrow (+)}$$

$$2S = 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34$$

$$S = \frac{34 \cdot (7)}{2} \Rightarrow \frac{[1.º + \text{último}][n.º \text{ de términos}]}{2}$$

En general:

$$S = \left[ \frac{a_1 + a_n}{2} \right] \cdot n$$

$a_1$  : primer término  
 $a_n$  : último término  
 n : número de términos

**Efectuar:**

1.  $S = 1 + 3 + 5 + \dots + 19$
2.  $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 25$
3.  $S = 1 + 4 + 9 + \dots + 169$
4.  $S = 1 + 8 + 27 + \dots + 343$
5.  $S = 1 + 3 + 5 + \dots + 15$
6.  $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 60$
7.  $S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 12^2$
8.  $S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 12^3$

# Problemas resueltos

1. Si:  $(a + b + c)^2 = 324$

Hallar:  $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$

**Resolución:**

$$(a + b + c)^2 = 324 = 18^2 \\ \Rightarrow a + b + c = 18$$

Ordenamos los sumandos:

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \textcircled{1} \\ \overline{a \ b \ c} + \\ \overline{b \ c \ a} \\ \overline{c \ a \ b} \\ \hline 1 \ 9 \ 9 \ 8 \end{array}$$

Por lo tanto:  $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 1998$

2. Hallar  $a + b + c$ , de la siguiente suma:

$$\overline{a74b} + \overline{5ba2} + \overline{c7a} = \overline{bba68}$$

**Resolución:**

Ordenamos los sumandos:

$$\begin{array}{r} \overline{a \ 7 \ 4 \ b} + \\ \overline{5 \ b \ a \ 2} \\ \overline{c \ 7 \ a} \\ \hline \overline{b \ b \ a \ 6 \ 8} \end{array}$$

Tenemos dos opciones:

$$a + b + 2 = 8 \quad \vee \quad a + b + 2 = 18 \\ a + b = 6 \text{ (I)} \quad \quad \quad a + b = 16 \text{ (II)}$$

Con la opción (II):  
 $a + b = 16$

En la columna de las decenas:

$$1 + 4 + a + 7 = 16 \\ a = 4 \Rightarrow b = 12 \text{ (absurdo)}$$

Entonces la opción (I) es la correcta, luego:

$$4 + 7 + a = 16 \\ a = 5 \Rightarrow b = 1$$

En las centenas:

$$1 + 7 + b + c = 15 \\ c = 6$$

Por lo tanto:

$$a + b + c = 12$$

3. Efectuar:

$$S = 23 + 31 + 39 + \dots + 295$$

**Resolución:**

Podemos darnos cuenta de que es una progresión aritmética de razón 8.

$$31 - 23 = 8$$

$$39 - 31 = 8$$

La suma de  $n$  términos en una P. A. es:

$$S_n = c \frac{a_1 + a_n}{2} \times n$$

$$a_1 = 23$$

$$n = ?$$

$$a_n = 295$$

De la fórmula general

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

$$295 = 23 + (n - 1)8$$

$$\Rightarrow n = 35$$

Reemplazando:

$$S_{35} = 35c \frac{23 + 295}{2}$$

$$S_{35} = 5565$$

4. Hallar :

$$S = 3 + 12 + 27 + \dots + 1200$$

**Resolución:**

Factorizando el 3:

$$S = 3(1 + 4 + 9 + \dots + 400)$$

$$\frac{S}{3} = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 20^2$$

La suma de los cuadrados de los  $n$  primeros números positivos es:

$$S = \frac{n^3 + 3n^2 + 2n}{6}$$

Entonces:

$$\frac{S}{3} = \frac{20^3 + 3 \cdot 20^2 + 2 \cdot 20}{6}$$

$$S = 8610$$

5. Calcular a, si:  
 $21(1 + 2 + 3 + \dots + a) = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + a^3$

**Resolución:**

$$21(1 + 2 + 3 + \dots + a) = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + a^3$$

$$21 \frac{a(a+1)}{2} = \left[ \frac{a(a+1)}{2} \right]^2$$

$$\Rightarrow 21 = \frac{a(a+1)}{2}$$

$$42 = a(a+1)$$

$$\underbrace{6 \cdot (6+1)} = \underbrace{a(a+1)}$$

Por lo tanto:  
 $a = 6$

6. Calcular:  
 $S = 2 + 6 + 12 + 20 + \dots + 132$

**Resolución:**

Expresando de otra forma los sumandos:

$$S = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + \dots + 11 \cdot 12$$

$$1(1+1) + 2(2+1) + 3(3+1) + \dots + 11(11+1)$$

$$1^2 + 1 + 2^2 + 2 + 3^2 + 3 + \dots + 11^2 + 11$$

Reordenando los sumandos:

$$S = (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 11^2) + (1 + 2 + 3 + \dots + 11)$$

$$= \frac{11(12)(23)}{6} + \frac{11(12)}{2}$$

Por lo tanto:  
 $S = 572$

7. Si:  $\sqrt[3]{a+b+c+2} = 3$   
 Calcular:  $\overline{ab3} + \overline{bc7} + \overline{ca3}$

**Resolución:**

$$\sqrt[3]{a+b+c+2} = 3 \Rightarrow a+b+c+2 = 27$$

$$a+b+c = 25$$

Ordenando los sumandos:

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \textcircled{1} \\ \overline{a \ b \ 3} + \\ \overline{b \ c \ 7} \\ \overline{c \ a \ 3} \\ \hline 2 \ 7 \ 6 \ 3 \end{array}$$

Por lo tanto:  
 $\overline{ab3} + \overline{bc7} + \overline{ca3} = 2763$

8. Calcular a, si:  
 $a1a + a2a + a3a + \dots + a9a = 4086$

**Resolución:**

$$\underbrace{(a0a + 10) + (a0a + 20) + \dots + (a0a + 90)}_{9 \text{ veces}} = 4086$$

$$9(a0a) + (10 + 20 + \dots + 90) = 4086$$

$$9(a0a) + 10(1 + 2 + \dots + 9) = 4086$$

$$9a0a + 10 \cdot c \frac{9 \cdot 10}{2} = 4086$$

$$9(a0a) + 450 = 4086$$

$$9(a0a) = 3636$$

$$a0a = 404$$

$$\Rightarrow a = 4$$

9. ¿Cuántos términos tiene la siguiente progresión aritmética?

$$4; 9; 14; 19; 24; \dots; 199$$

**Resolución:**

$$n.^\circ \text{ términos} = a \frac{a_n - a_1}{r} k + 1$$

$$4; 9; 14; 19; 24; \dots; 199$$

$$\begin{array}{cccc} \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright \\ +5 & +5 & +5 & +5 \end{array}$$

$$r = 5; \quad a_1 = 4; \quad a_n = 199$$

Reemplazando:

$$n.^\circ \text{ términos} = c \frac{199 - 4}{5} m + 1$$

$$n.^\circ \text{ términos} = 40$$

10. Hallar el valor de (a + b) si se cumple:

$$\overline{aba} = \overline{aa} + \overline{bb} + 443$$

**Resolución:**

Ordenando y operando:

①①

$\overline{aa} +$  En las unidades:

$$\overline{bb} \quad a + b + 3 = \overline{1a}$$

$$443 \quad b + 3 = 10 \Rightarrow b = 7$$

$\overline{aba}$

En las decenas:

$$1 + a + b + 4 = \overline{1b}$$

$$5 + a + 7 = 17$$

$$a = 5$$

$$\text{Luego: } a + b = 5 + 7 = 12$$

11. Determinar la suma de los siguientes números, sabiendo que están en progresión aritmética:

$$S = 23_{(n)} + 30_{(n)} + 35_{(n)} + \dots + 155_{(n)}$$

Dar la respuesta en base 10.

**Resolución:**

Por ser una progresión aritmética:

$$23_{(n)}; 30_{(n)}; 35_{(n)}; \dots$$

$$\begin{array}{ccc} \curvearrowright & & \curvearrowright \\ +r & & +r \end{array}$$

$$23_{(n)} + r = 30_{(n)} \Rightarrow r = 30_{(n)} - 23_{(n)}$$

$$30_{(n)} + r = 35_{(n)} \Rightarrow r = 35_{(n)} - 30_{(n)}$$

Igualando las expresiones:

$$30_{(n)} - 23_{(n)} = 35_{(n)} - 30_{(n)}$$

$$(3n) - (2n + 3) = (3n + 5) - (3n)$$

$$n - 3 = 5 \Rightarrow n = 8$$

Entonces:

$$S = 23_{(8)} + 30_{(8)} + 35_{(8)} + \dots + 155_{(8)}$$

$$S = 19 + 24 + 29 + \dots + 109$$

$$n.^\circ \text{ de términos} = \frac{109 - 19}{5} + 1 = 19$$

$$\Rightarrow S = \frac{(19 + 109)}{2} \cdot 19 = 1216$$

# Evaluación

Día:

Mes:

Año:

Apellidos y nombres: .....

Año: ..... Sección: .....

CALIFICACIÓN

Tema: .....

1. Hallar L:

$$L = 1 \times 49 + 2 \times 48 + 3 \times 47 + \dots + 25 \times 25$$

- A) 10 725      B) 10 728      C) 10 730  
D) 10 726      E) 10 720

2. Hallar la suma de los términos, si la siguiente progresión tiene  $2a$  términos

$$\overline{a_{24}} ; \overline{a_{26}} ; \overline{a_{28}} ; \dots ; \overline{a_{78}}$$

- A) 23 830      B) 23 829      C) 23 820  
D) 23 825      E) 23 828

3. La suma de 30 números consecutivos a partir de  $ab$  es 1875. Hallar:  $a + b$

- A) 9              B) 10              C) 12  
D) 8              E) 11

4. Hallar la suma (en base decimal) de los términos de la siguiente serie sabiendo que forman una progresión aritmética

$$41_{(n)} ; 46_{(n)} ; 54_{(n)} ; \dots ; 466_{(n)}$$

- A) 6009              B) 6060              C) 6007  
D) 6006              E) 6008

5. Hallar la suma de los siguientes términos que están en progresión aritmética.

$$14; \overline{1a}; \overline{b2}; \overline{2(a-b)}$$

- A) 83                      B) 80                      C) 82  
D) 84                      E) 88

6. La suma de tres números en progresión aritmética es 27 y la suma de sus cuadrados es 293. Hallar el producto de los números.

- A) 504                      B) 500                      C) 495  
D) 498                      E) 502

7. Hallar  $a - b$ , si:

$$17 + 19 + 21 + \dots + a = \overline{bbb}$$

- A) 42                      B) 40                      C) 50  
D) 34                      E) 51

8. La suma del tercer y octavo término de una progresión aritmética es 41 y la relación entre el quinto y séptimo término es  $\frac{19}{25}$ . Hallar el segundo término.

- A) 10                      B) 11                      C) 9  
D) 12                      E) 13

9. El primer término de una P.A. es 4; el segundo 11; y la suma de todos los términos es 2565. Hallar el número de términos.

- A) 27                      B) 26                      C) 28  
D) 25                      E) 24

10. Hallar el número de términos de una P.A. sabiendo que la suma de sus términos no varía al aumentar en 1 la razón y al mismo tiempo disminuir en 30 su primer término.

- A) 60                      B) 61                      C) 65  
D) 62                      E) 63

# Practiquemos

1. Hallar  $M \times N \times P$  en:

$$\overline{M7} + \overline{NM} + 35 = \overline{P78}$$

- A) 14                      B) 18                      C) 30  
D) 42                      E) 50

2. Hallar  $L + U + Z$ , si:

$$\overline{LL} + \overline{UU} + \overline{ZZ} = \overline{LUZ}$$

- A) 24                      B) 15                      C) 18  
D) 12                      E) 30

3. Si se cumple:

$$\overline{a7c} + \overline{c6a} + \overline{5b9} = \overline{1c26}$$

Hallar:  $a + b + c$

- A) 15                      B) 16                      C) 17  
D) 18                      E) 19

4. Hallar el vigésimo cuarto término de la siguiente progresión aritmética:

24; 35; 46; ...

- A) 184                      B) 277                      C) 341  
D) 209                      E) 201

5. ¿Cuántos términos tiene la siguiente progresión aritmética?

8; 23; 38; 53; 68; ...; 488

- A) 16                      B) 24                      C) 33  
D) 14                      E) 16

6. ¿Cuántos números impares hay entre  $103_{(4)}$  y  $162_{(7)}$ ?

- A) 48                      B) 54                      C) 38  
D) 36                      E) 55

7. ¿Cuántos números pares hay entre  $205_{(9)}$  y  $641_{(8)}$ ?

- A) 125                      B) 240                      C) 248  
D) 109                      E) 110

8. Hallar la suma de los términos de la siguiente progresión aritmética:

11; 16; 21; ...; 121

- A) 640                      B) 1349                      C) 1418  
D) 1518                      E) 1293

9. Anita ahorra de la siguiente manera: S/.50 el 1.º mes, S/.65 el 2.º mes, S/.80 el 3.º mes, y así sucesivamente. ¿Cuánto ahorrará durante 2 años?

- A) S/. 2400                      B) S/.1600                      C) S/. 5340  
D) S/. 4100                      E) S/. 4140

10. La suma de 5 números que están en progresión aritmética es 200, además, el 1.º y el último están en relación de 3 a 7, calcular el 2.º término.

- A) 40                      B) 60                      C) 32  
D) 16                      E) 24

11. ¿Cuántos términos tiene la siguiente progresión aritmética?

$24_{(5)}$ ;  $101_{(4)}$ ;  $32_{(6)}$ ; ...;  $155_{(9)}$

- A) 27                      B) 32                      C) 44  
D) 40                      E) 30

12. Si se cumple:  $\overline{M4} + \overline{N7} + \overline{4N} = 179$

Hallar:  $M \times N$

- A) 32                      B) 18                      C) 24  
D) 17                      E) 15

13. Hallar  $a \times b$  en:

$$\overline{aba} = \overline{aa} + \overline{bb} + 443$$

- A) 20                      B) 42                      C) 35  
D) 30                      E) 56

14. Si:  $\overline{M74N} + \overline{5NM2} + \overline{P7M} = \overline{NNM68}$

Hallar:  $M + N + P$

- A) 14                      B) 17                      C) 12  
D) 15                      E) 13

15. Si:  $a + b + c = 17$ , hallar  $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$

Dar como respuesta la suma de las cifras.

- A) 24                      B) 19                      C) 17  
D) 14                      E) 15

16. Calcular el cuadragésimo segundo término de la siguiente progresión aritmética:

24; 31; 38; 45;...

- A) 241                      B) 311                      C) 412  
D) 781                      E) 294

17. ¿Cuántos términos tiene la siguiente progresión aritmética?

15; 18; 21; 24; 27; ...; 729

- A) 524                      B) 209                      C) 239  
D) 184                      E) 321

18. Hallar el número de términos de la siguiente progresión aritmética:

$\overline{xx}$ ;  $\overline{x(x+6)}$ ; ...;  $\overline{5(x+4)(x+6)}$

- A) 80                      B) 47                      C) 38  
D) 59                      E) 92

19. ¿Cuántos números impares hay entre  $452_{(7)}$  y  $888_{(9)}$ ?

- A) 247                      B) 249                      C) 246  
D) 248                      E) 328

20. Hallar el número de términos de la siguiente progresión:

1290; 1275; 1260; ...; 180

- A) 48                      B) 75                      C) 40  
D) 70                      E) 69

21. Hallar el número de términos de la siguiente progresión:

$45$ ;  $\overline{x3}$ ;  $\overline{y1}$ ;  $\overline{y9}$ ; ...;  $\overline{y(x-1)x}$

- A) 74                      B) 75                      C) 76  
D) 68                      E) 73

22. Una progresión aritmética tiene 56 términos, el primer y el último término son  $\overline{xx}$ , y  $\overline{2ax}$  respectivamente. Si la razón es  $x$ , calcular el vigésimo tercer término.

- A) 142                      B) 172                      C) 192  
D) 132                      E) 100

23. Hallar la suma de los términos de la siguiente progresión aritmética:

9; 20; 31; 42; 53; ...; 218

- A) 2270                      B) 4520                      C) 2410  
D) 2308                      E) 2847

24. ¿Cuántos términos tiene la siguiente progresión aritmética?

$\overline{xx}$ ;  $\overline{x(x+7)}$ ; ...;  $\overline{3(x+4)(x+3)}$

- A) 50                      B) 24                      C) 40  
D) 18                      E) 32

25. Hallar:  $a + b + c + d$ , si:

$\overline{15abcd} + 487\ 278 = \overline{abcd15}$

- A) 21                      B) 28                      C) 24  
D) 25                      E) 20

26. Si:

$\sqrt[4]{3}a + \sqrt{3}b + \sqrt{3}c^2 = 1323$

Calcular:  $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$

- A) 2331                      B) 2341                      C) 2221  
D) 2441                      E) 2321

27. Hallar las 3 últimas cifras del resultado de:

$S = 1 + 12 + 121 + 1212 + 12\ 121 + \dots + \overline{12\dots12}$   
20 cifras

- A) 210                      B) 020                      C) 220  
D) 010                      E) 160

28. Si:

$\overline{bd} + \overline{nq} + \overline{yw} = 160$

$\overline{ac} + \overline{np} + \overline{xz} = 127$

$\overline{ab} + \overline{mn} + \overline{xy} = 124$

Hallar:  $\overline{abcd} + \overline{mnpq} + \overline{xyzw}$

- A) 12 950                      B) 11 570                      C) 12 590  
D) 12 990                      E) 11 590

29. Calcular:  $a + m$

$1 + 2 + 3 + \dots + m = \overline{aaa}$

- A) 38                      B) 40                      C) 41  
D) 39                      E) 42

30. Un atleta recorre  $\overline{bac}$  m la primera hora,  $\overline{abc}$  m la segunda hora,  $\overline{ba}$  m la tercera hora,  $\overline{ac}$  m la cuarta hora, al final de la cual recorrió  $\overline{acba}$  m en total. ¿Qué tanto le falta recorrer al atleta para llegar a un lugar que dista 1500 m del punto de partida?

- A) 419 m                      B) 329 m                      C) 330 m  
D) 120 m                      E) 15 m

31. Calcular el valor de  $x + y$ , si:

$$x = 10 + 11 + 12 + \dots + 40$$

$$y = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 44$$

- A) 820                      B) 775                      C) 506  
D) 1200                    E) 1281

32. Calcular  $a + b$ , si:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + a = 120$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + b = 121$$

- A) 11                      B) 16                      C) 25  
D) 26                    E) 36

33. Si:  $\overline{abc} + \overline{cba} = 1272$ , calcular el valor de  $b$ .

- A) 3                      B) 4                      C) 5  
D) 8                    E) 9

34. Si:  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \overline{aaa}$

$$\text{Hallar: } 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$$

- A) 17 408                B) 16 206                C) 15 408  
D) 12 406                E) 18 302

35. La suma de 21 números enteros y consecutivos se halla comprendido entre 1060 y 1090. Hallar el término central.

- A) 31                      B) 50                      C) 51  
D) 52                    E) 49

36. Hallar  $a + b$ , si:  $\overline{ab8} + \overline{ba9} = \overline{1ab7}$

- A) 1                      B) 12                      C) 18  
D) 16                    E) 15

37. Hallar  $n$ .

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + n = \overline{mpmp}; \quad p \neq 0$$

- A) 100                    B) 101                    C) 102  
D) 72                    E) 75

38. Hallar  $n$ .

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + n(n + 1) = 728$$

- A) 11                      B) 12                      C) 13  
D) 14                    E) 15

39. Si  $(a + b + c)^2 = 144$ , hallar:  $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$

- A) 1332                    B) 1232                    C) 2132  
D) 3218                    E) 2222

40. Hallar  $a + b + c$ , si:

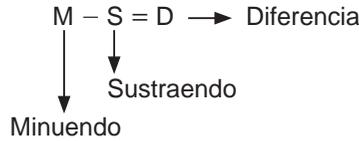
$$\overline{a1a} + \overline{a2a} + \overline{a3a} + \dots + \overline{aaa} = \overline{8bc1}$$

- A) 10                      B) 13                      C) 15  
D) 18                    E) 21

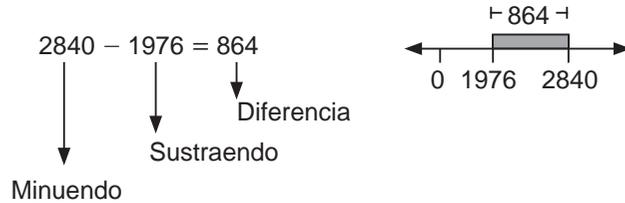
# SUSTRACCIÓN

## DEFINICIÓN

Es una operación inversa a la adición que consiste en calcular la diferencia entre dos números llamados minuendo y sustraendo.



Podemos afirmar: M excede a S en D unidades.  
Ejemplo:



2840 excede a 1976 en 864 unidades.

## PROPIEDADES

A. El minuendo es igual a la suma del sustraendo y la diferencia.

$$M = S + D$$

Esto nos permite comprobar la sustracción.

B. La suma de los términos de una sustracción es igual al doble del minuendo.

$$M + S + D = 2M$$

C. En toda sustracción de la forma:  $\overline{ab} - \overline{ba} = \overline{pq}$

Se cumple:  $p + q = 9$        $\overline{pq} = 9(a - b)$

Ejemplos:

$$\begin{array}{r}
 42 - 61 - \\
 \underline{24} \quad \underline{16} \\
 18 \quad 45
 \end{array}$$

D. En toda sustracción de la forma:  $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{xyz}$

Se cumple:  $x + z = 9$        $y = 9$        $\overline{xyz} = 99(a - c)$

Ejemplos:

$$\begin{array}{r}
 843 - 542 - \\
 \underline{348} \quad \underline{245} \\
 495 \quad 297
 \end{array}$$

## Nota

Principales leyes de la sustracción

❖ Ley de uniformidad:

$$\begin{array}{c}
 a = b \\
 c = d \\
 \downarrow \\
 a - c = b - d
 \end{array}$$

❖ Ley de monotonía:

Caso I  
Si:  
 $a > b \Rightarrow a - c > b - c$

Caso II  
Si:  
 $a = b$   
 $c < d$   
 $a - c > b - d$

Caso III  
Si:  
 $a < b$   
 $c > d$   
 $a - c < b - d$

## COMPLEMENTO ARITMÉTICO (C.A.)

Se define como la cantidad de unidades que le falta a un entero positivo para ser igual a una unidad de orden inmediato superior.

Ejemplos:

$$\begin{array}{l} \text{DU} \\ \text{C.A. } (80) = 100 - 80 = 20 \end{array}$$

↘  
Unidad de orden  
inmediato superior

$$\begin{array}{l} \text{U} \\ \text{C.A. } (9) = 10 - 9 = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{CDU} \\ \text{C.A. } (485) = 1000 - 485 = 515 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{MCDU} \\ \text{C.A. } (9485) = 10\,000 - 9485 = 515 \end{array}$$

**Método práctico para hallar el C.A. de un número**

**Caso I**

Cuando el número termina en cifras significativas.

$$\text{C.A. } (84\,306) = \overline{(9-8)(9-4)(9-3)(9-0)(10-6)} = 15\,594$$

Se resta la última cifra de 10 y las demás de 9. Las cifras obtenidas forman parte del C.A. que buscamos.

**Caso II**

Cuando el número termina en cero(s).

$$\text{C.A. } (45\,200) = \overline{(9-4)(9-5)(10-2)00} = 54\,800$$

A partir de la última cifra significativa repetimos el procedimiento del caso I y colocamos los ceros que al final tenía el número inicial.

*Nota*

La adición se puede realizar en otras bases.

$$\begin{array}{r} 146_{(7)} + 256_{(7)} \\ \hline \end{array}$$

a)  $6 + 6 = 12 \rightarrow 12 = 15_{(7)}$

Colocamos la última cifra (5) y llevamos 1.

b)  $4 + 5 + 1 = 10 \rightarrow 10 = 13_{(7)}$

Colocamos la última cifra (3) y llevamos 1.

c)  $1 + 2 + 1 = 4 \rightarrow 4 = 4_{(7)}$

Finalmente:

$$\begin{array}{r} 146_{(7)} + \\ 256_{(7)} \\ \hline 435_{(7)} \end{array}$$

La sustracción se puede realizar en otros sistemas de numeración.

En base 10:

$$\begin{array}{r} \overset{+10}{\text{CDU}} \overset{+10}{} \\ 452 - \\ \hline 268 \\ 184 \end{array}$$

En las unidades:  $\frac{10}{\text{base}} + 2 - 8 = 4$   
En las decenas:  $\frac{10}{\text{base}} + (5 - 1) - 6 = 8$   
En las centenas:  $(4 - 1) - 2 = 1$

En base 8:

$$\begin{array}{r} \overset{+8}{\text{III}} \overset{+8}{} \\ 405_{(8)} - \\ \hline 237_{(8)} \\ 146_{(8)} \end{array}$$

De I:  $8 + 5 - 7 = 6$   
De II:  $8 + 0 - 1 - 3 = 4$   
De III:  $4 - 1 - 2 = 1$

**Efectuar:**

- Si  $x = 11 - y$ ; hallar:  $\overline{xx} + \overline{yy} - 10 + 8 + 2$
- Hallar el valor de x en:  
 $x(2x) + (2x)x = 66 - 20 + 12 + 8$
- Salvador tiene  $\overline{xx}$  años y dentro de  $(x + 5)$  años tendrá 29 años. Hallar el valor de:  $x^2 - 2$

- Hallar el valor de  $a \times b$ , si N es un número capicúa de cuatro cifras:  $N = a3b2$
- ¿Cuántos numerales de dos cifras son iguales a 6 veces la suma de sus cifras?
- Si:  $a - b = 2$ ,  $\overline{ab} + \overline{ba} - 9 = 132 - 9$   
Hallar:  $a \times b$

1. Hallar la suma de cifras del complemento aritmético de un numeral de tres cifras, cuya suma de cifras es 23.

**Resolución:**

Sea  $\overline{abc}$  el numeral de 3 cifras.

Dato:  $a + b + c = 23$

El complemento aritmético (C. A.) es:

$$\text{C. A. } (\overline{abc}) = \overline{(9-3)(9-b)(10-c)} = N$$

La suma de cifras de N es:

$$\begin{aligned} & 9 - a + 9 - b + 10 - c \\ & 28 - (a + b + c) \\ & 28 - 23 \\ \Rightarrow & 5 \end{aligned}$$

2. La suma de los tres términos de una sustracción es 32 510. Si el sustraendo es a la diferencia como 3 es a 2, hallar el sustraendo.

**Resolución:**

Por propiedad:  $M + S + D = 2M \quad \dots \text{ (I)}$

Dato:  $M + S + D = 32\,510 \quad \dots \text{ (II)}$

De (I) y (II):  $M = 16\,255 = S + D \quad \dots \text{ (III)}$

Dato:

$$\frac{S}{D} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow S = 3k \quad ; \quad D = 2k$$

En (III):

$$3k + 2k = 16\,255$$

$$k = 3251$$

$$\Rightarrow S = 3(3251) = 9753$$

3. En una sustracción, el sustraendo es un número de 3 cifras y el minuendo, 3802. Si la diferencia es 62 unidades mayor que el quintuple del complemento aritmético del sustraendo, hallar la diferencia.

**Resolución:**

$S = abc$

Dato:  $M = 3802$

$$D - 62 = 5(1000 - \overline{abc}) \quad \text{(I)}$$

Sabemos que:

$$M - S = \overline{D}$$

$$3802 - abc = \overline{D} \quad \text{(II)}$$

(II) en (I):

$$3802 - abc - \overline{62} = 5000 - 5abc$$

$$4\overline{abc} = 1260$$

$$\overline{abc} = 315$$

En (II):

$$D = 3802 - 315 = 3487$$

4. ¿Cuál es el mayor número de 4 cifras significativas tal que la diferencia entre la suma de sus cifras y la suma de las cifras de su complemento aritmético es 11?

**Resolución:**

Sea  $N = \overline{abcd}$ , el número de 4 cifras significativas (diferentes de cero).

$$\text{C. A. } (\overline{abcd}) = \overline{(9-a)(9-b)(9-c)(10-d)}$$

Del dato:

$$\begin{aligned} (a + b + c + d) - [37 - (a + b + c + d)] &= 11 \\ 2(a + b + c + d) &= 48 \\ a + b + c + d &= 24 \end{aligned}$$

El mayor número es:

$$N = 9951$$

5. Calcular  $x + y$ ,

$$\text{Si: } \overline{abc} - \overline{cba} = \overline{2xy}$$

**Resolución:**

$$\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{2xy}$$

$$\begin{array}{r} \uparrow \uparrow \uparrow \\ \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \\ \downarrow \\ 9 \end{array} \quad (\text{suman } 9)$$

Por propiedad:

$$2 + y = 9$$

$$y = 7$$

Por lo tanto:

$$x + y = 9 + 7 = 16$$

6. Si: C.A.  $(\overline{ab}) = 3\overline{ab}$

$$\text{Calcular: } \sqrt{a + b + 9}$$

**Resolución:**

$$\text{C.A. } (\overline{ab}) = 3\overline{ab}$$

$$100 - \overline{ab} = 3\overline{ab}$$

$$100 = 4\overline{ab}$$

$$\Rightarrow a = 2 \quad ; \quad b = 5$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \sqrt{a + b + 9} &= \sqrt{2 + 5 + 9} = \sqrt{16} = 4 \\ &= 4 \end{aligned}$$

7. Calcular:  $521_{(7)} - 345_{(7)}$

**Resolución:**

$$\begin{array}{r} +7+ \\ \overline{521}_{(7)} \\ - \overline{345}_{(7)} \\ \hline \overline{143}_{(7)} \end{array}$$

$$\text{Por lo tanto: } 521_{(7)} - 345_{(7)} = 143_{(7)}$$

# Evaluación

Día:

Mes:

Año:

Apellidos y nombres: .....

Año: ..... Sección: .....

CALIFICACIÓN

Tema: .....

1. En una sustracción se sabe que el minuendo excede al sustraendo en 3 veces su valor. Si la suma de los términos de dicha sustracción es 64, calcular la diferencia.

A) 22                      B) 21                      C) 25  
D) 24                      E) 20

2. Hallar el minuendo de una sustracción sabiendo que las sumas de sus términos tomados de dos en dos son 380; 448 y 692.

A) 382                      B) 380                      C) 379  
D) 378                      E) 381

3. Si: C.A.  $(\overline{abc}) = \overline{2b0}$ ;  $b \neq 0$   
Calcular:  $a + b + c$

A) 8                              B) 13                              C) 15  
D) 10                              E) 12

4. Hallar un número de 3 cifras sabiendo que la suma de sus cifras es 19 y que su C. A. es un número de 3 cifras consecutivas decrecientes de izquierda a derecha.

A) 577                      B) 586                      C) 568  
D) 658                      E) 595

5. Si:  $\overline{abc} - \overline{mn4} = \overline{cba}$

$a + b + c = 20$

Calcular:  $a \times b \times c$

- A) 216      B) 217      C) 214  
D) 218      E) 215

6. La suma de dos números es 250 y la diferencia de los mismos es 50. El menor de ellos es:

- A) 100      B) 150      C) 120  
D) 130      E) 140

7. La suma de los 3 términos de una sustracción es 792. Si el sustraendo es  $\frac{4}{9}$  menos del minuendo, hallar la diferencia.

- A) 178      B) 175      C) 174  
D) 180      E) 176

8. ¿Cuántos números de la forma  $\overline{aba}$  existen tales que la suma de las cifras de su C.A. sea 19?

- A) 3      B) 1      C) 2  
D) 4      E) 2

9. Si: C.A.  $\overline{(abc)} = \overline{(a+1)(c-3)(a-3)}$

Calcular:  $a + b + c$

- A) 14      B) 13      C) 18  
D) 15      E) 16

10. Si: C.A.  $\overline{(abc)} - \text{C.A. } \overline{(mn)} = 493$

$\overline{abc} + \overline{mn} = 557$

Calcular:  $\overline{abc}$

- A) 482      B) 480      C) 481  
D) 484      E) 485

# Practiquemos

1. Si:  $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{mn(m+1)}$

Hallar:  $a - c$

- A) 2                      B) 3                      C) 4  
D) 5                      E) 6

2. La suma de los tres elementos de una diferencia es 8312. Hallar el valor del minuendo.

- A) 2516                  B) 4056                  C) 4156  
D) 4412                  E) 4508

3. Si:  $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{y(y+4)(2x)}$

Hallar:  $x + y$

- A) 8                      B) 4                      C) 5  
D) 7                      E) 9

4. La suma de los términos de una resta es 19 456 y el minuendo es el cuádruple del sustraendo. Hallar el sustraendo.

- A) 2432                  B) 608                      C) 1216  
D) 3040                  E) 3648

5. Hallar  $a - c$ , si:

$$\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{mnp}$$

$$\overline{mnp} - \overline{pnm} = 99$$

- A) 4                      B) 5                      C) 7  
D) 6                      E) 8

6. La suma de un número de 3 cifras con el número que resulta al invertir el orden de sus cifras es 1291, pero si en vez de sumar se resta, el resultado termina en 7. Hallar el mayor de los números.

- A) 791                      B) 794                      C) 792  
D) 793                      E) 795

7. Hallar un número de 4 cifras que sea igual al triple de su complemento aritmético. Dar como respuesta la suma de sus cifras.

- A) 8                      B) 10                      C) 12  
D) 14                      E) 18

8. Si: C.A.  $\overline{(abc)} = \overline{(b-1)(2b)(a+1)}$ . Hallar:  $a + b + c$

- A) 12                      B) 10                      C) 11  
D) 8                      E) 15

9. Si:  $\overline{abc} = \overline{cba} + \overline{mnp}$

Hallar:  $\overline{mnp} + \overline{pnm}$

Indicar la suma de cifras del resultado.

- A) 12                      B) 14                      C) 16  
D) 18                      E) 20

10. En una sustracción la suma del minuendo, el sustraendo y la diferencia es 1926. Si el sustraendo es la tercera parte del minuendo, hallar la diferencia.

- A) 642                      B) 321                      C) 348  
D) 176                      E) 508

11. La suma de los 3 términos de una resta es 6 veces el sustraendo. Si la diferencia es 34, hallar el minuendo.

- A) 63                      B) 42                      C) 48  
D) 51                      E) 57

12. La suma de los términos de una resta es 15 684 y si restamos la diferencia del sustraendo nos da 4788. Hallar la suma de las cifras de la diferencia.

- A) 11                      B) 20                      C) 15  
D) 17                      E) 13

13. Si:  $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{mnp}$

$$\overline{pnm} - \overline{mnp} = \overline{4xy}$$

Hallar:  $a - c$

- A) 1                      B) 2                      C) 3  
D) 4                      E) 5

14. Hallar el número  $\overline{a(a-1)}$  si su C.A. es:

$$\overline{(5-b)(b+3)}$$

- A) 43                      B) 54                      C) 65  
D) 76                      E) 87

15. La diferencia entre los complementos aritméticos de un número de 3 cifras y otro de 2 cifras es 493. Si la suma de dichos números es 557, indicar el número mayor.

- A) 538                      B) 407                      C) 497  
D) 482                      E) 582

16. En una resta, si al minuendo se le agrega dos unidades en las decenas y al sustraendo se le aumenta 5 unidades en las centenas, entonces la diferencia disminuye en:

- A) 52                      B) 520                      C) 502  
D) 480                      E) 370

17. Hallar  $a + b$  sabiendo que:

$$\text{C.A.}(\overline{ab}) + \text{C.A.}(\overline{abab}) = 3674$$

- A) 8                      B) 10                      E) 12  
D) 9                      D) 11

18. Un número de cuatro cifras tiene como suma de cifras 27. Hallar la suma de cifras de su complemento aritmético.

- A) 8                      B) 9                      C) 10  
D) 11                      E) 12

19. Determinar la suma de cifras del complemento aritmético de un número de 4 cifras, cuya suma de cifras es 32.

- A) 5                      B) 8                      C) 10  
D) 12                      E) 14

20. Si:  $\text{C.A.}(\overline{ab}) \times \overline{1ab} = 9375$

$$\text{Hallar: C.A.}(a \times b)$$

- A) 10                      B) 25                      C) 75  
D) 90                      E) 100

21. Si:  $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{3xy}$

$$\text{Hallar: } a - c + x + y$$

- A) 11                      B) 14                      C) 16  
D) 15                      E) 19

22. Hallar:  $a + b + c$

$$\text{Si: C.A.}(\overline{abc}) = \overline{(a+5)(a+1)(b+2)}$$

- A) 8                      B) 10                      C) 17  
D) 15                      E) 14

23. Si:  $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{4mn}$

$$\text{Además: } a + c = 11$$

$$\text{Hallar: } 2a + 3c$$

- A) 25                      B) 24                      C) 27  
D) 32                      E) 12

24. Si C.A.  $(\overline{abb}) = \overline{c(b+1)(a+1)}$

$$\text{Hallar: } a^2 + b - c$$

- A) 12                      B) 16                      C) 28  
D) 15                      E) 25

25. Hallar:  $a + b + c$

$$\text{Si: C.A.}(\overline{abc}) - \overline{abc} = 494$$

- A) 16                      B) 19                      C) 12  
D) 10                      E) 8

26. Determinar la suma de los valores de  $a$  en:

$$\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{xy3}$$

- A) 12                      B) 14                      C) 15  
D) 16                      E) 17

27. Si:  $\text{C.A.}(\overline{abcd}) = \overline{ab}$

$$\text{Calcular: } a \times b - 1$$

- A) 30                      B) 80                      C) 51  
D) 65                      E) 27

28. Calcular:  $\text{C.A.}(\overline{abc})$

$$\text{Si: } \overline{abc} = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 7^3$$

- A) 245                      B) 748                      C) 216  
D) 621                      E) 837

29. Si:  $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{5(m+1)n}$

$$\text{Calcular: } \sqrt{m+n-3}$$

- A) 1                      B) 2                      C) 3  
D) 5                      E) 7

30. En la siguiente sustracción:

$$\begin{array}{r} 439 - \\ \underline{abc} \\ 92 \end{array}$$

$$\text{Calcular: } (b+c)^2$$

- A) 289                      B) 121                      C) 256  
D) 169                      E) 225